

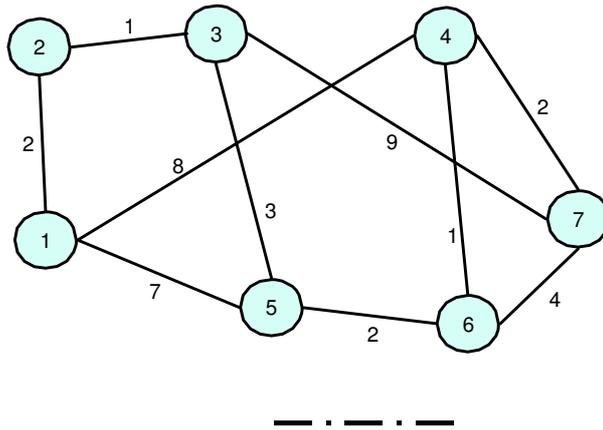
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BERGAMO
Dipartimento di Ingegneria

INSTRADAMENTO: ALGORITMO DI DIJKSTRA

FONDAMENTI DI RETI E TELECOMUNICAZIONE
A.A. 2012/13 - II° Semestre

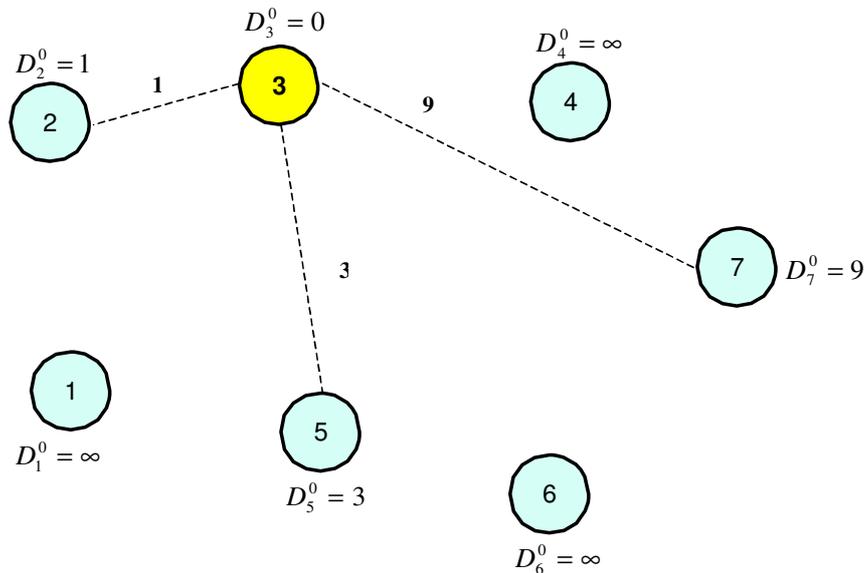
Esercizio 1 (Appello del 27/09/2002)

Sia dato il grafo $G=(N, A)$ pesato e non orientato riportato in figura. Applicando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare il percorso a costo minimo da ogni nodo di N al nodo 3 (destinatario). Indicare con rigore i vari passi dell'algoritmo, utilizzando, se possibile, le notazioni usate a lezione.



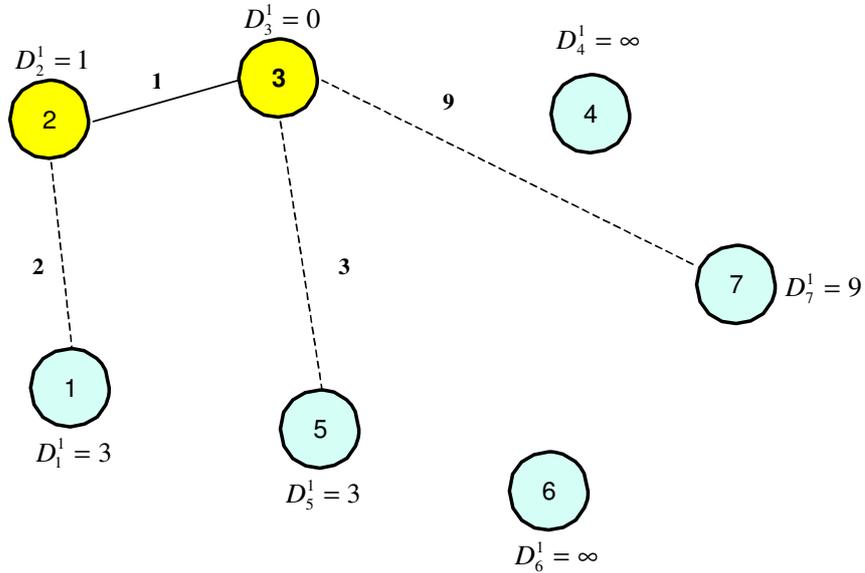
Soluzione

PASSO 0: valuto i nodi 2 – 5 – 7 collegati con il nodo 3



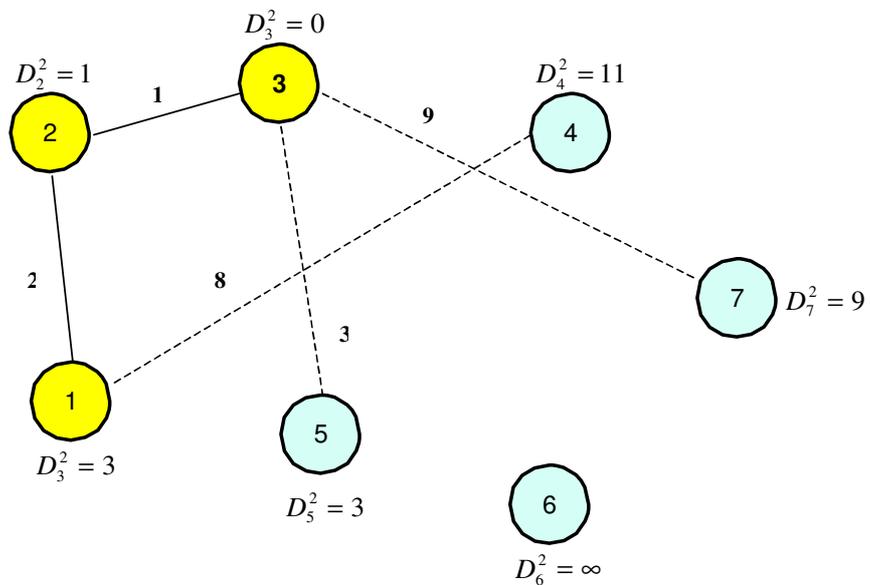
S = {3}

PASSO 1: Scelgo il nodo 2, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 1 ad esso collegato



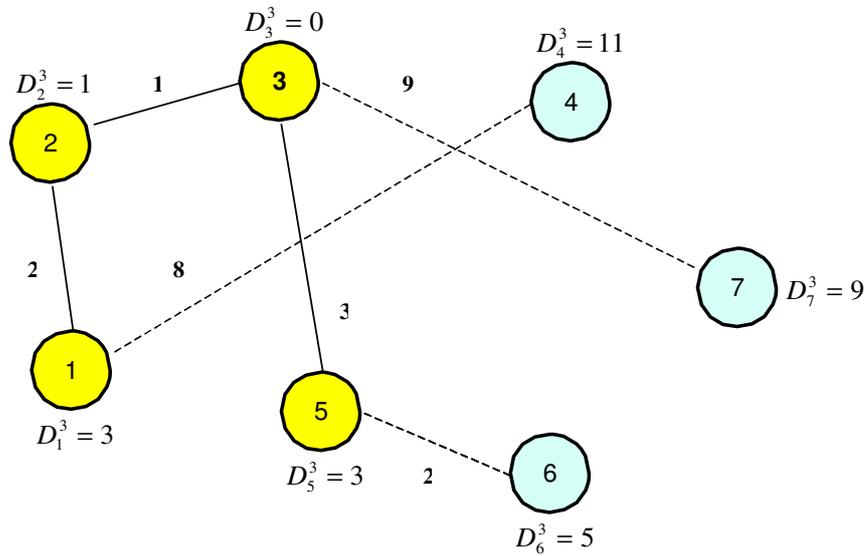
S = {3, 2}

PASSO 2: Scelgo il nodo 1, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 4 - 5 ad esso collegati



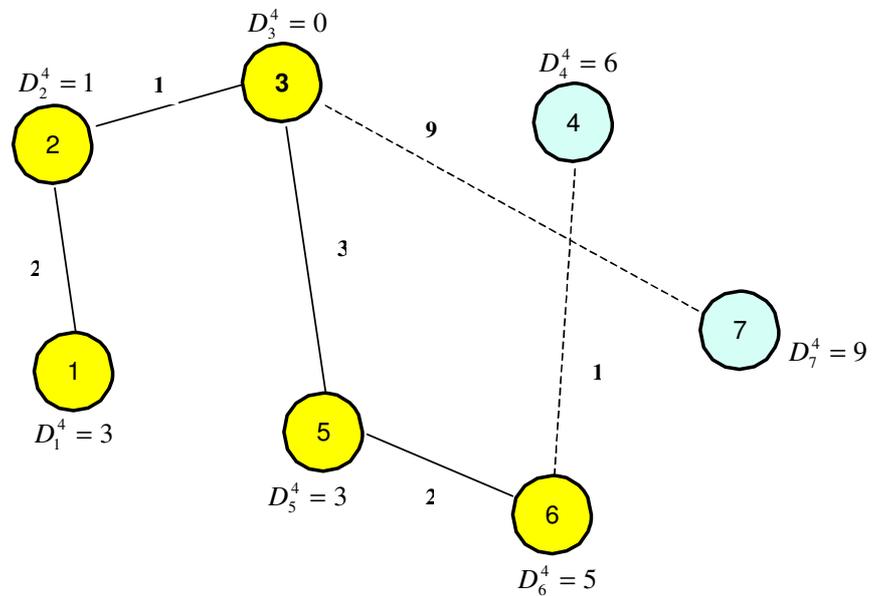
S = {3, 2, 1}

PASSO 3: Scelgo il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 6 ad esso collegato



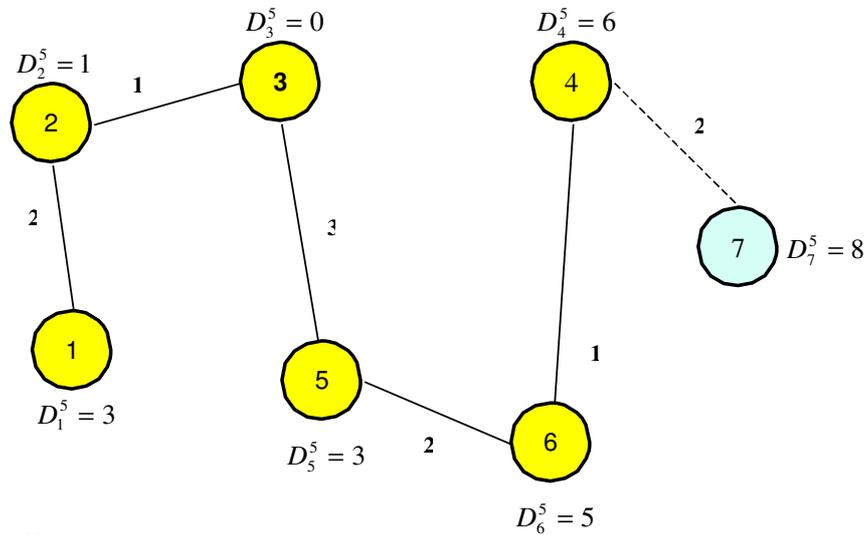
S = {3, 2, 1, 5}

PASSO 4: Scelgo il nodo 6, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 4 - 7 ad esso collegati



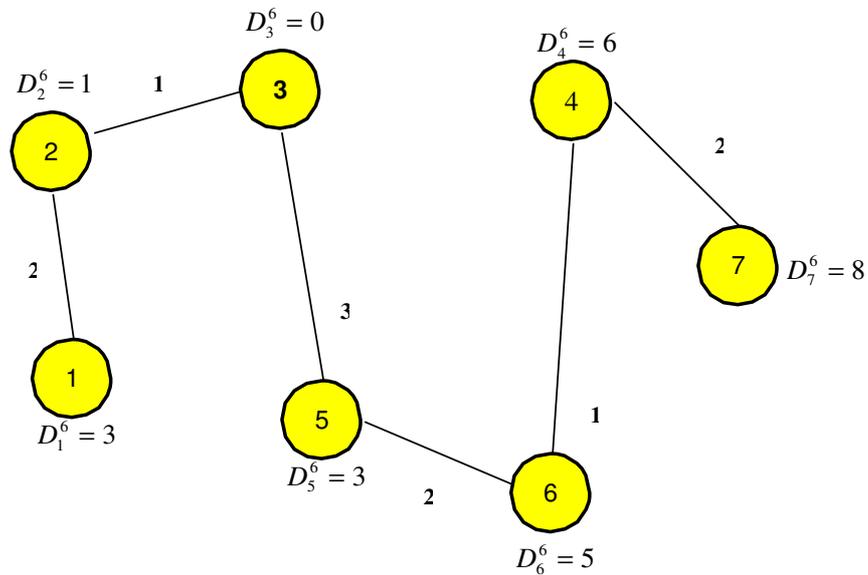
S = {3, 2, 1, 5, 6}

PASSO 5: Scelgo il nodo 4, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 7 ad esso collegato



S = {3, 2, 1, 5, 6, 4}

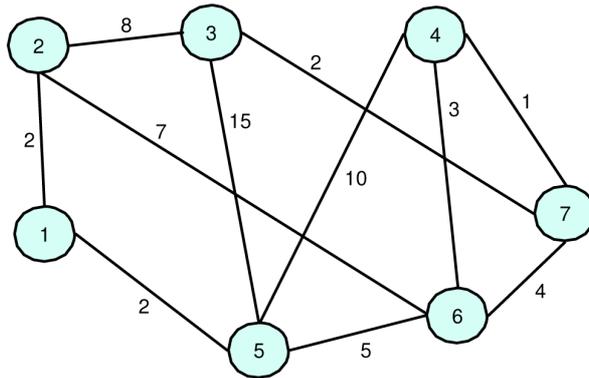
PASSO 6: Scelgo il nodo 7, lo aggiungo all'insieme S terminando il grafo



S = {3, 2, 1, 5, 6, 4, 7}

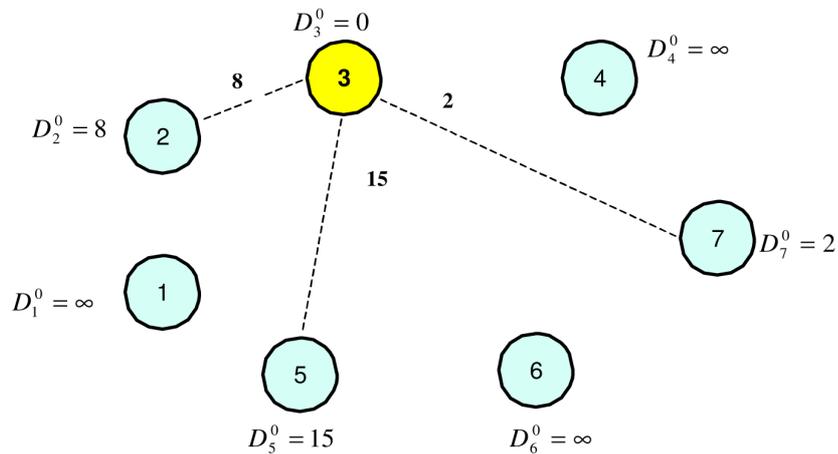
Esercizio 2 (1° Itinere del 24/11/2003)

Sia dato il grafo $G=(N,A)$ pesato e non orientato riportato nella pagina seguente. Utilizzando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare i percorsi minimi da qualunque nodo del grafo al nodo 3 (destinatario). Indicare con precisione ogni passo iterativo dell'algoritmo.



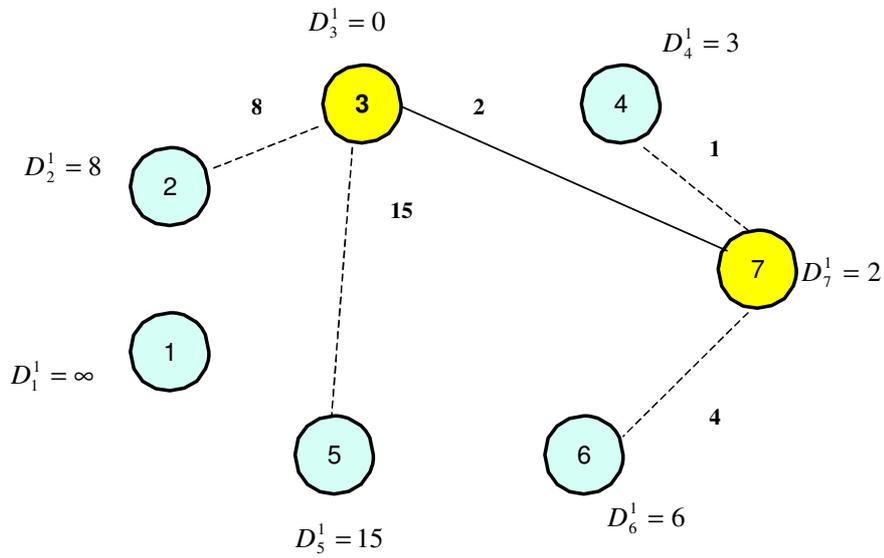
Soluzione

Passo 0: valuto i nodi 2 – 5 – 7 collegati con il nodo 3:



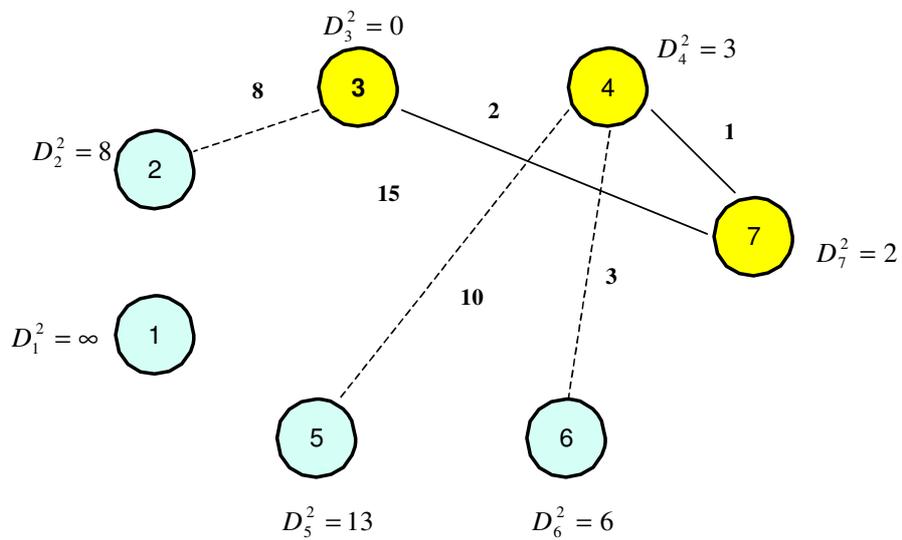
S = {3}

PASSO 1: scelgo il nodo 7, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 4 – 6 ad esso collegati



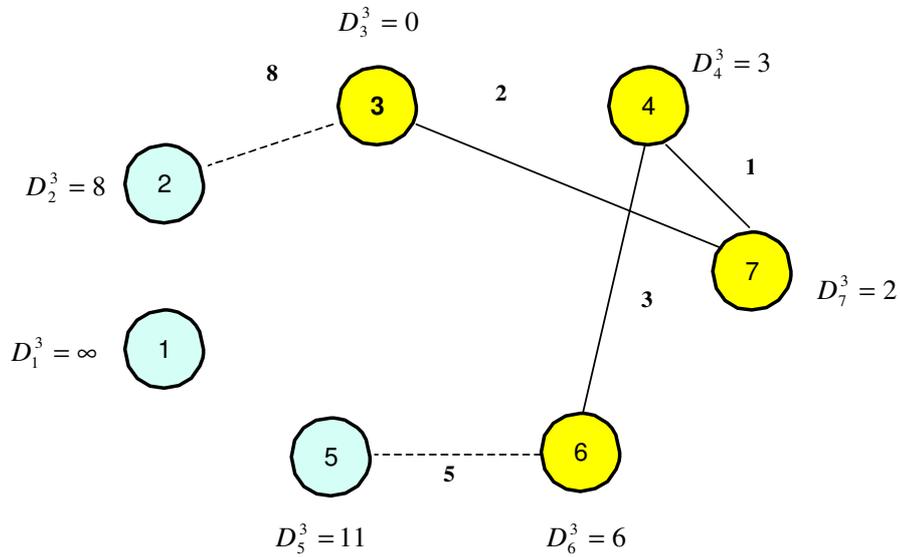
S = {3, 7}

PASSO 2: aggiungo il nodo 4 all'insieme S e valuto i nodi 6 – 5 ad esso collegati.



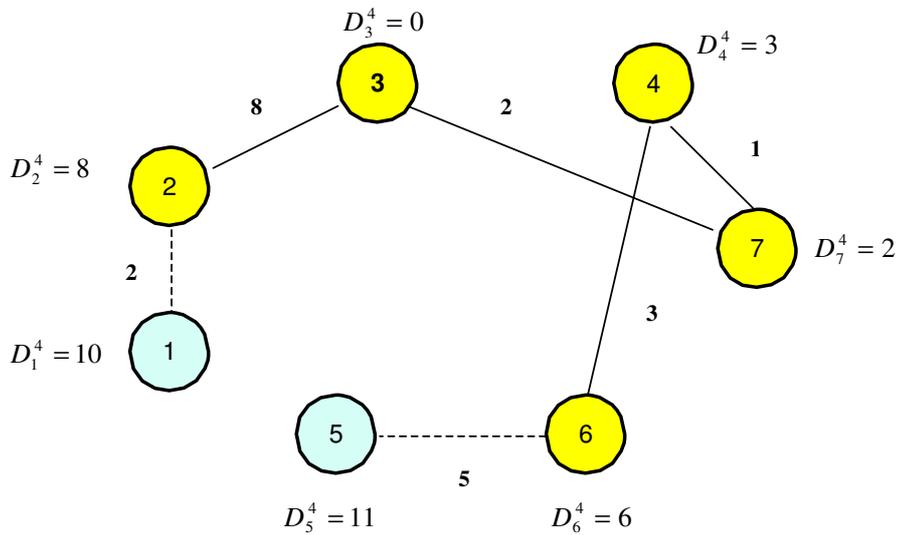
S = {3, 7, 4}

PASSO 3: aggiungo il nodo 6 all'insieme S e valuto i nodi 5 – 2 a lui collegati.



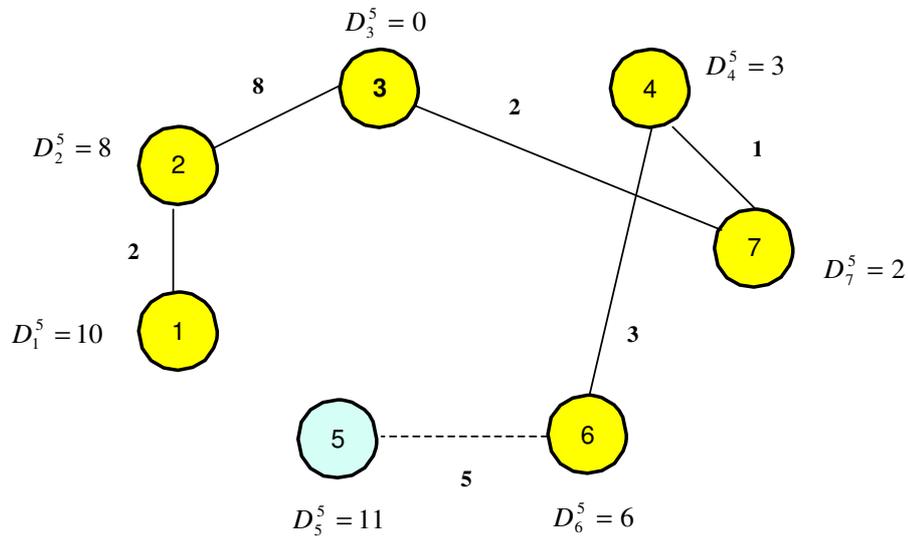
S = {3, 7, 4, 6}

PASSO 4: aggiungo il nodo 2 all'insieme S e valuto il nodo 1 a lui collegato



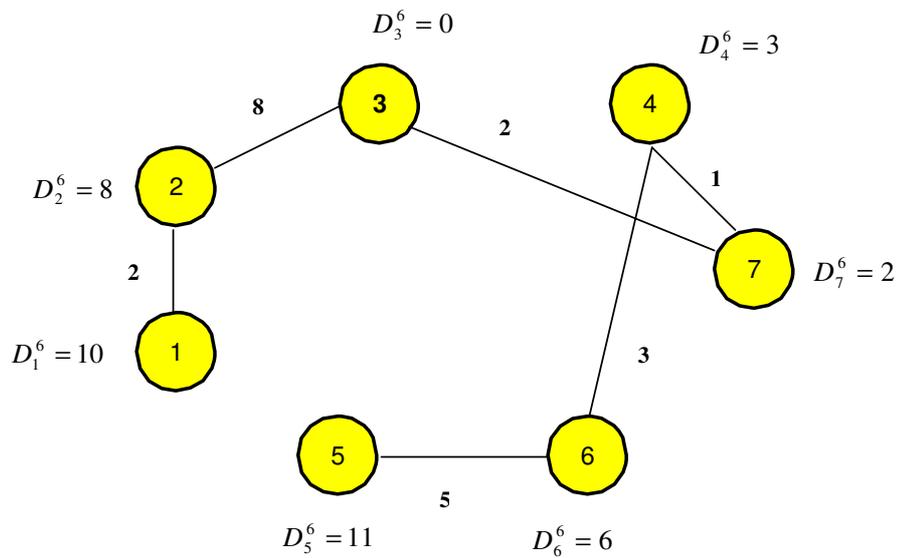
S = {3, 7, 4, 6, 2}

PASSO 5: aggiungo il nodo 2 all'insieme S e valuto il nodo 1.



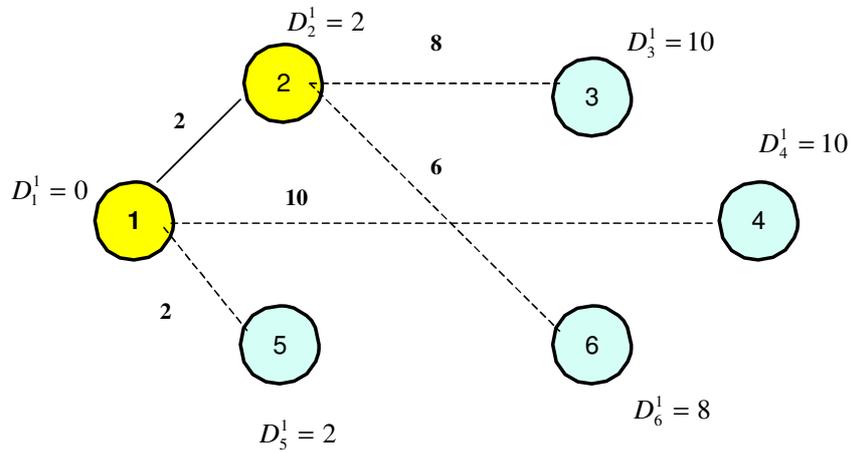
S = {3, 7, 4, 6, 2, 1}

PASSO 6: aggiungo il nodo 5 all'insieme S e ho finito di collegare tutti i nodi.



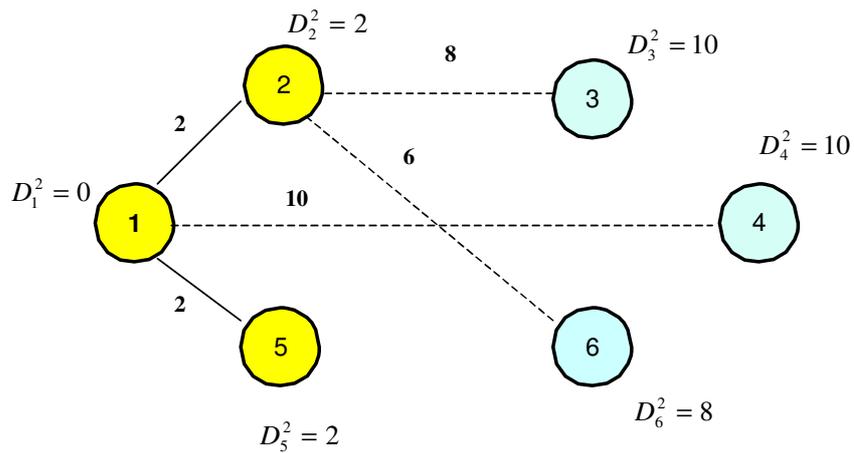
S = {3, 7, 4, 6, 2, 1, 5}

PASSO 1: Potrei scegliere sia il nodo 2 che il nodo 5. Scelgo il nodo 2, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 3 - 6 ad esso collegati



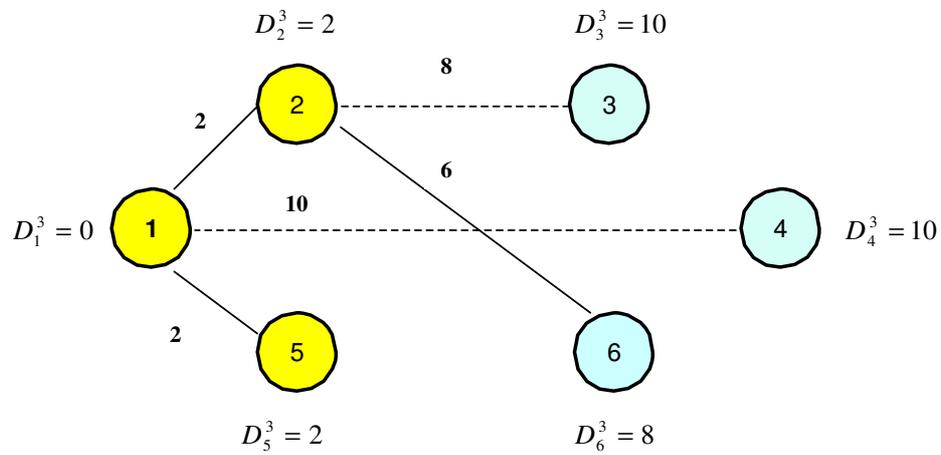
S = {1,2}

PASSO 2: Scelgo il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S.



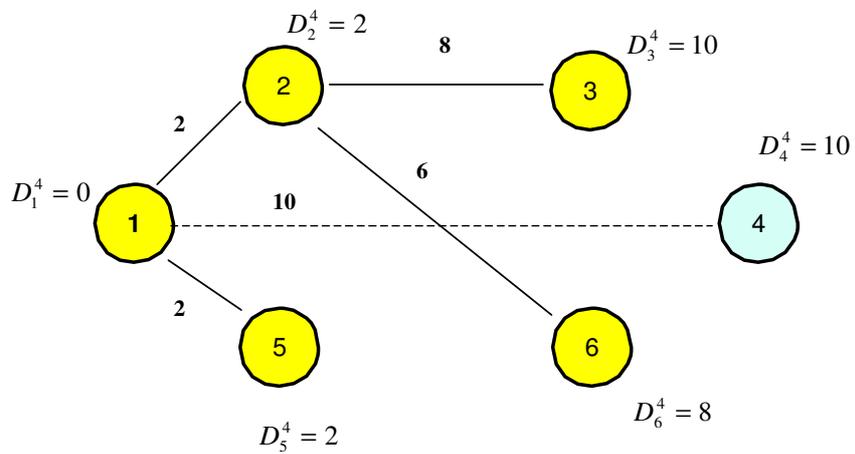
S = {1,2,5}

PASSO 3: Scelgo il nodo 6, lo aggiungo all'insieme S. Valuto quindi i nodi collegati al nodo 5.



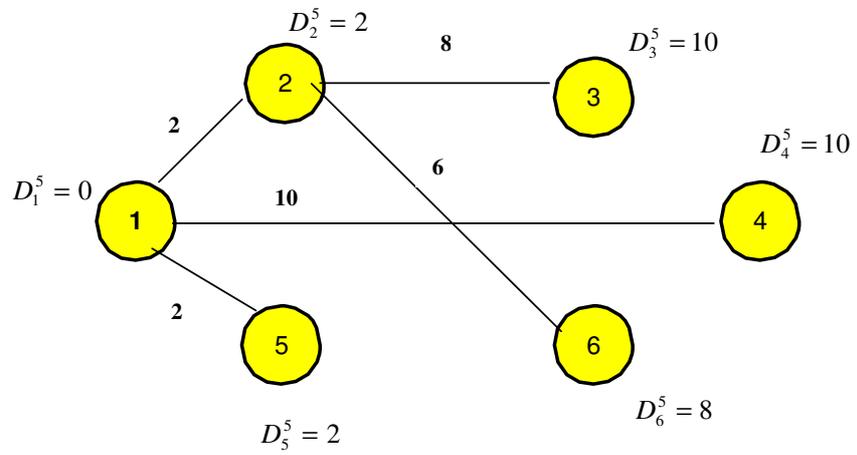
S = {1,2,5,6}

PASSO 4: Scelgo il nodo 3, lo aggiungo all'insieme S.



S = {1,2,5,6,3}

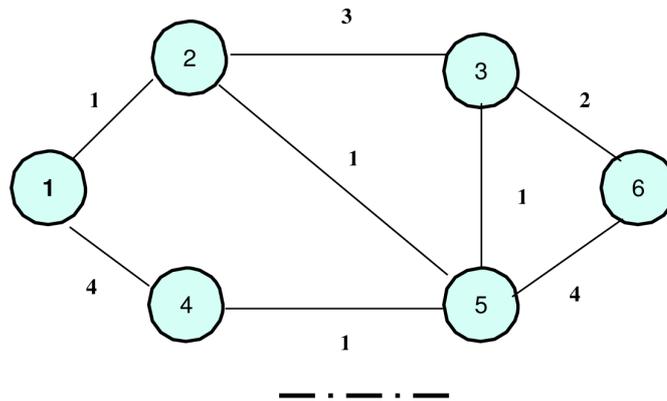
PASSO 5: Scelgo il nodo 4, lo aggiungo all'insieme S.



S = {1,2,5,6,3,4}

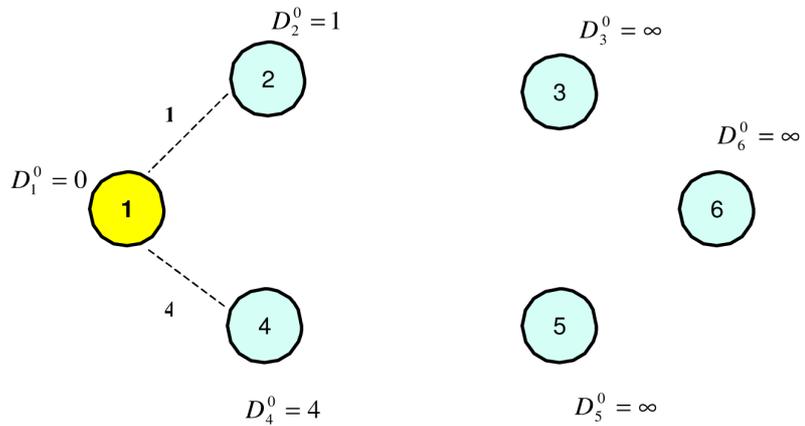
Esercizio 4 (1° Itinere del 30/04/2002)

Sia dato il grafo pesato e non orientato riportato in figura. Utilizzando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare i percorsi minimi da qualunque nodo del grafo al nodo 1 (destinatario).



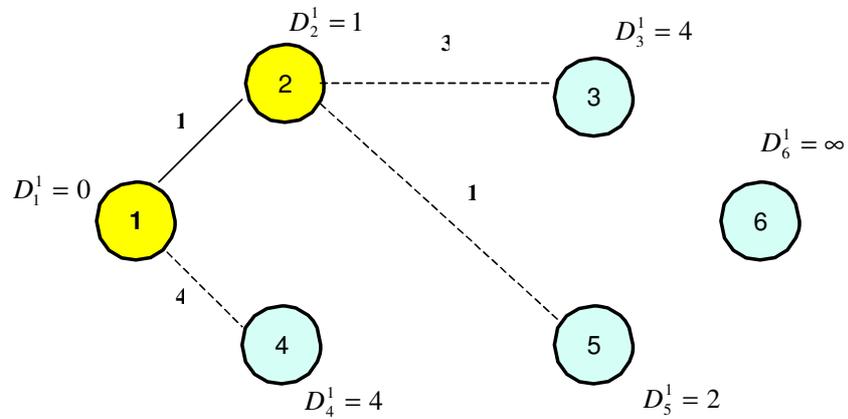
Soluzione

PASSO 0: valuto i nodi 2 – 4 collegati con il nodo 1



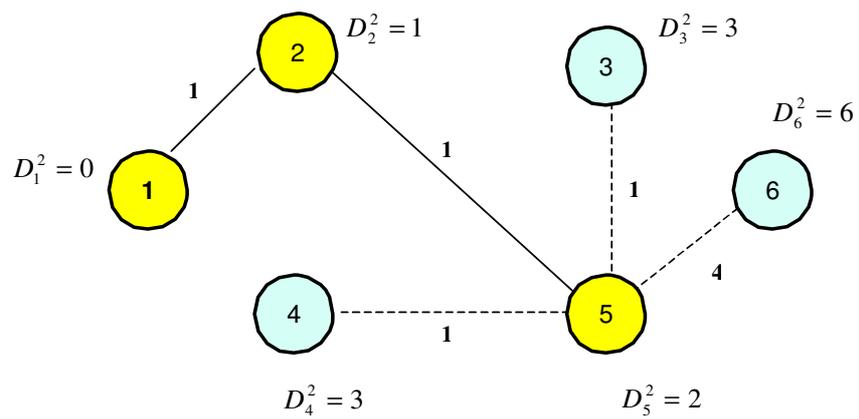
S={1}

PASSO 1: Scelgo il nodo 2, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 3 - 5 ad esso collegati e il nodo 4



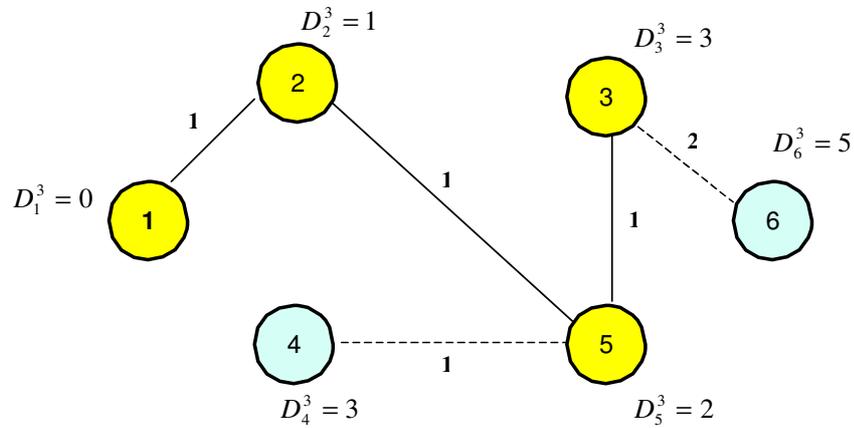
$S=\{1,2\}$

PASSO 2: Scelgo il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 3 - 4 ad esso collegati



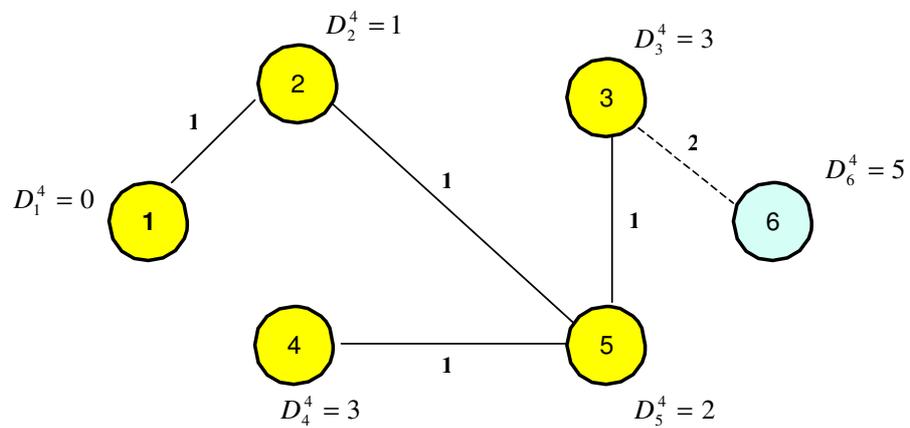
$S=\{1,2,5\}$

PASSO 3: Scelgo il nodo 3, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 4 e il nodo 6 ad esso collegato



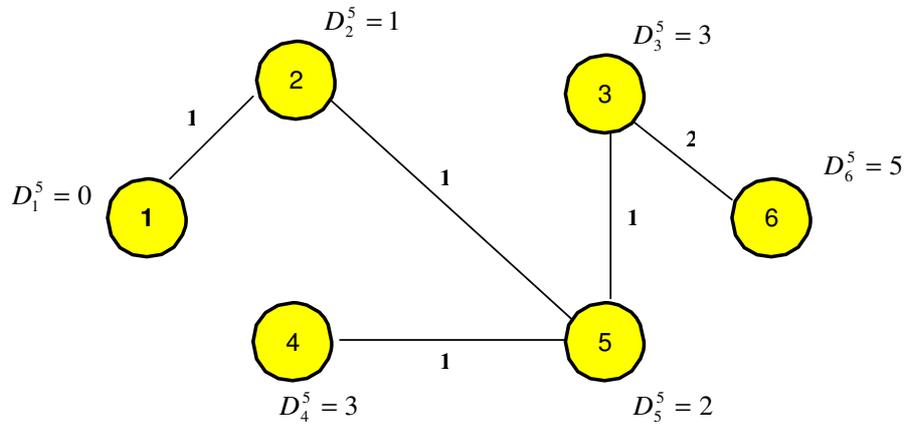
$S=\{1,2,3,5\}$

PASSO 4: Scelgo il nodo 4, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 6



$S=\{1,2,3,4,5\}$

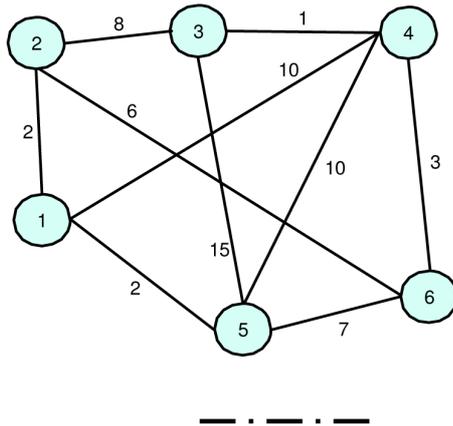
PASSO 5: Scelgo il nodo 6 e lo aggiungo all'insieme S; tutti i nodi sono stati permanentemente etichettati: l'algoritmo è terminato.



S={1,2,3,4,5,6}

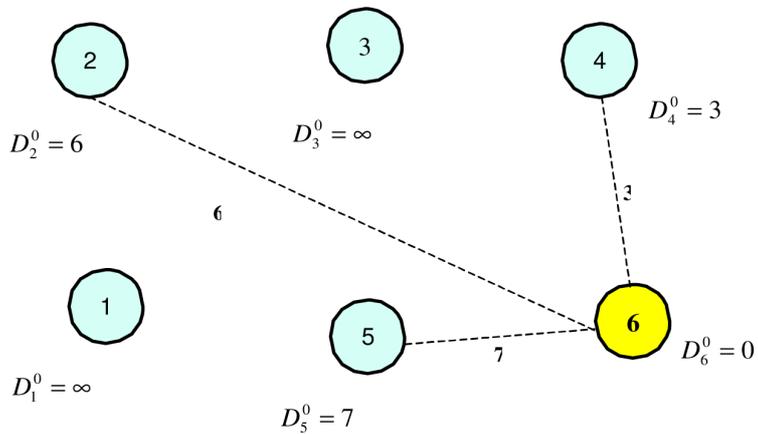
Esercizio 5 (Appello del 25/02/2004)

Sia dato il grafo $G=(N,A)$ pesato e non orientato riportato nella pagina seguente. Utilizzando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare i percorsi minimi da qualunque nodo del grafo al nodo 6 (destinatario). Indicare con precisione ogni passo iterativo dell'algoritmo.



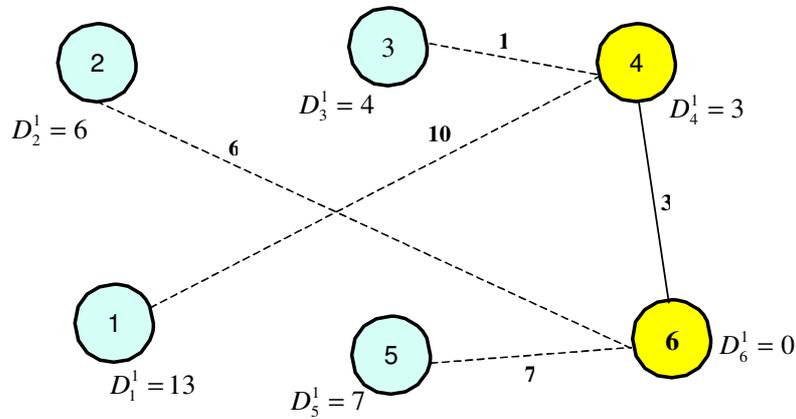
Soluzione

Passo 0: valuto i nodi 2 – 4 – 5 collegati al nodo 6



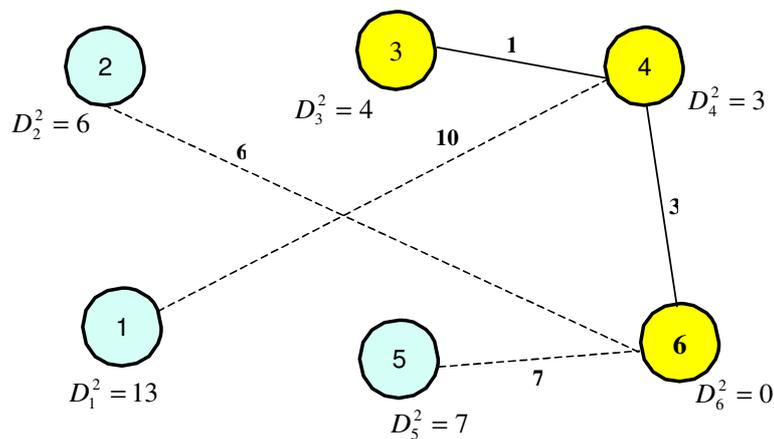
S={6}

Passo 1: scelgo il nodo 4 poiché il più vicino, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 1 – 3 ad esso collegati



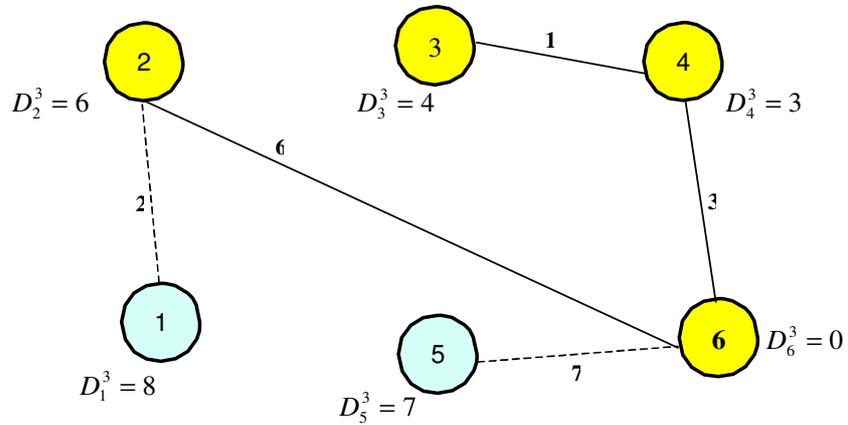
S={6, 4}

Passo 2: scelgo il nodo 3, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi ad esso collegati: tutti i nodi hanno minor distanza da 6 se non si passa attraverso il nodo 3



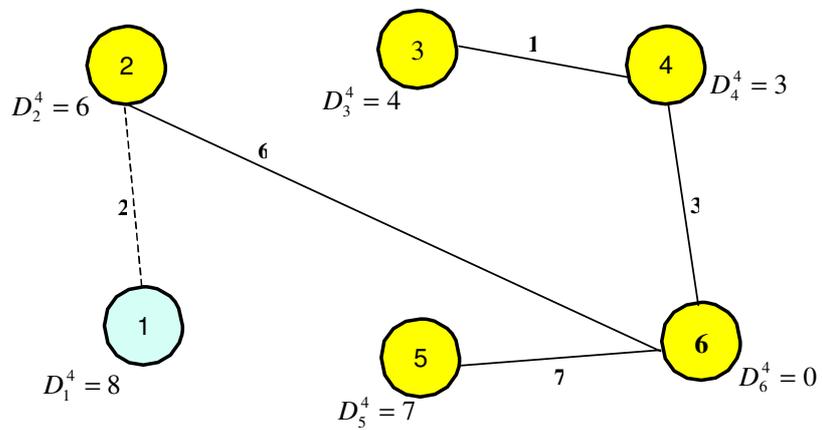
S={6, 4, 3}

Passo 3: scelgo il nodo 6 perché il più vicino al nodo di destinazione, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 1 ad esso collegato



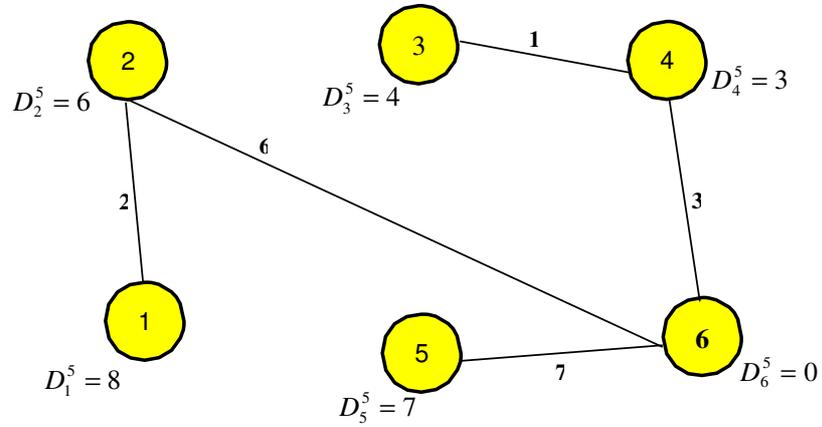
S={6, 4, 3, 2}

Passo 4: collego il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S



S={6, 4, 3, 2, 5}

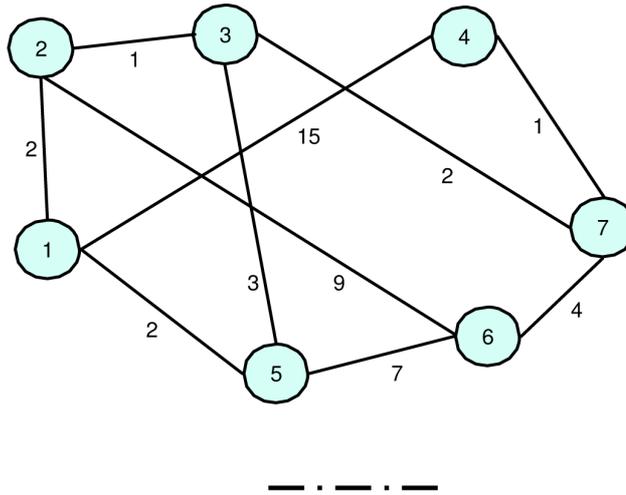
Passo 5 (passo finale): collego il nodo 1 e lo aggiungo all'insieme S



S={6, 4, 3, 2, 5, 1}

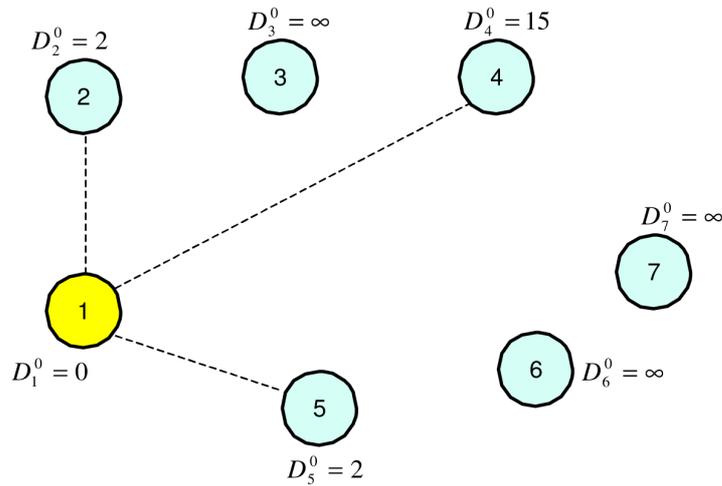
Esercizio 6 (Appello del 25/02/2003)

Sia dato il grafo $G=(N, A)$ pesato e non orientato riportato in figura. Applicando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare il percorso a costo minimo da ogni nodo di N al nodo 1 (destinatario). Indicare con rigore i vari passi dell'algoritmo, utilizzando, se possibile, le notazioni usate a lezione.



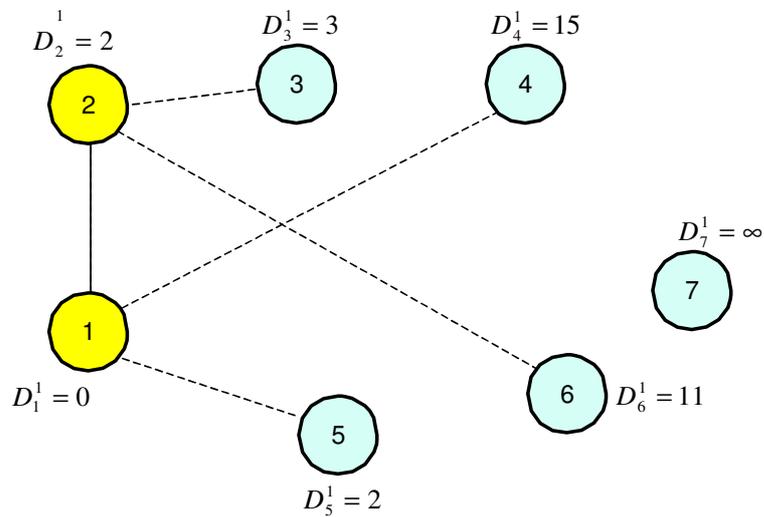
Soluzione

PASSO 0: valuto i nodi 2, 5 e 4 collegati al nodo 1, inserisco come primo elemento nell'insieme S il nodo destinatario che ha distanza uguale a 0.



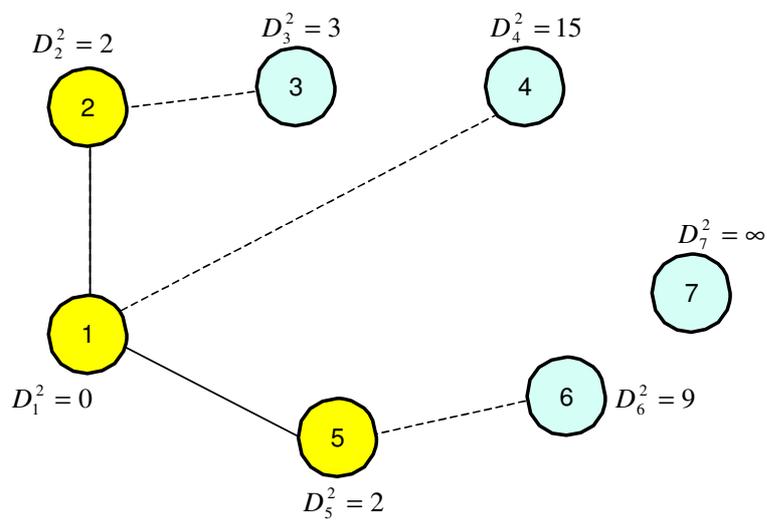
$S = \{1\}$

PASSO 1: scelgo il nodo 2, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 3 e 6 ad esso collegati



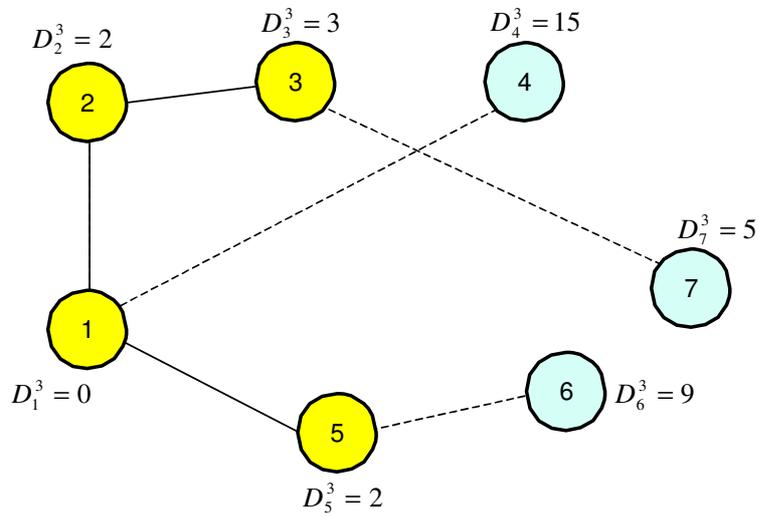
S = {1,2}

PASSO 2: scelgo il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 6 ad esso collegato, non considero il collegamento 5-3 perché risulterebbe più costoso di $D_3^1 = 3$



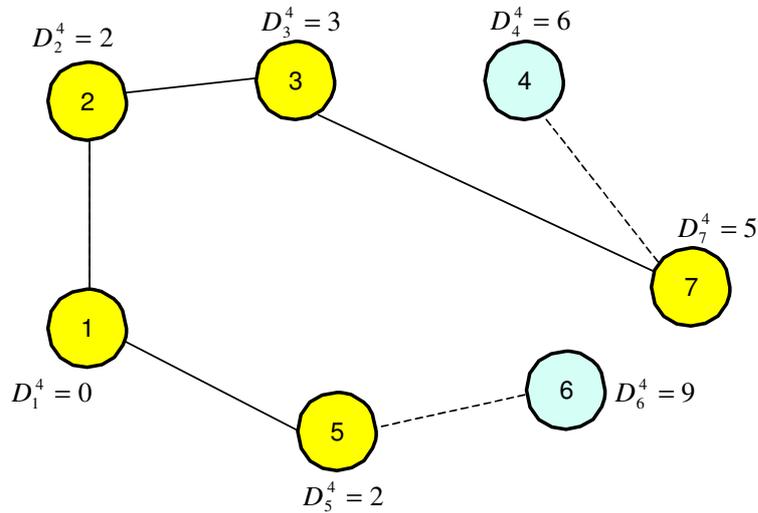
S = {1,2,5}

PASSO 3: scelgo il nodo 3, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 7 ad esso collegato



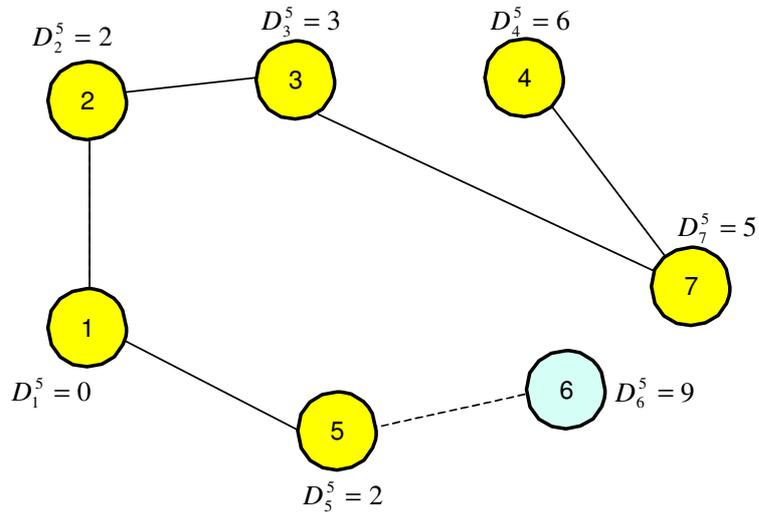
S = {1,2,5,3}

PASSO 4: scelgo il nodo 7, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 4 ad esso collegato, non considero il collegamento 7-6 perché risulterebbe ugualmente costoso a $D_6^3 = 9$



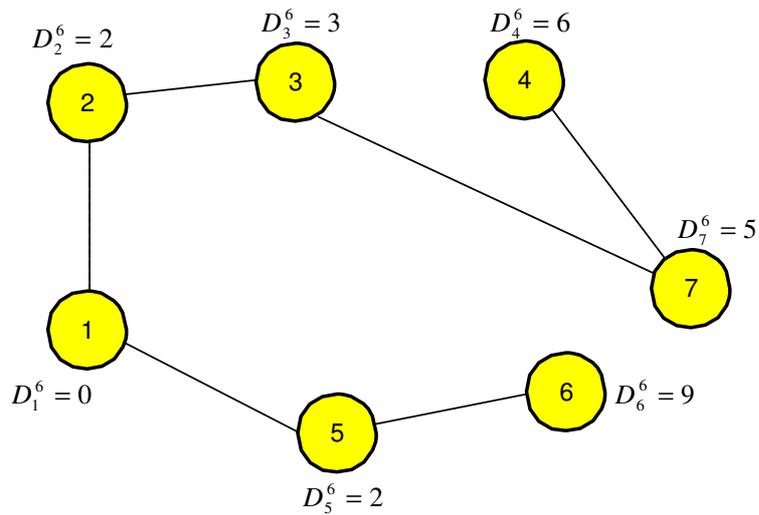
S = {1,2,5,3,7}

PASSO 5: scelgo il nodo 4, lo aggiungo all'insieme S, non vi sono nodi ad esso collegati da considerare.



S = {1,2,5,3,7,4}

PASSO 5: scelgo il nodo 6, lo aggiungo all'insieme S, non vi sono altri nodi da considerare, abbiamo ottenuto il percorso a costo minimo.



S = {1,2,5,3,7,4,6}