

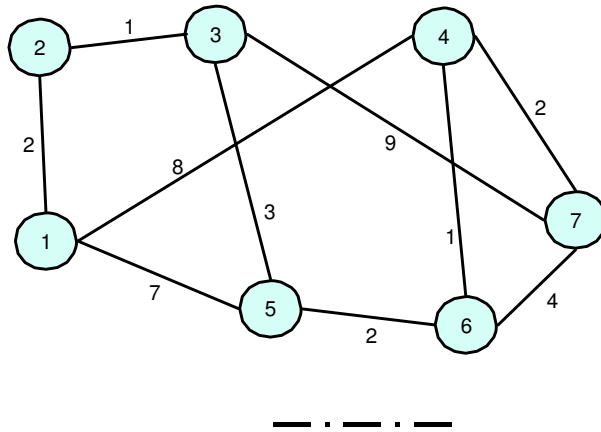
*UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BERGAMO*  
*Dipartimento di Ingegneria*

# **INSTRADAMENTO: ALGORITMO DI DIJKSTRA**

*FONDAMENTI DI RETI E TELECOMUNICAZIONE*  
*A.A. 2012/13 - II° Semestre*

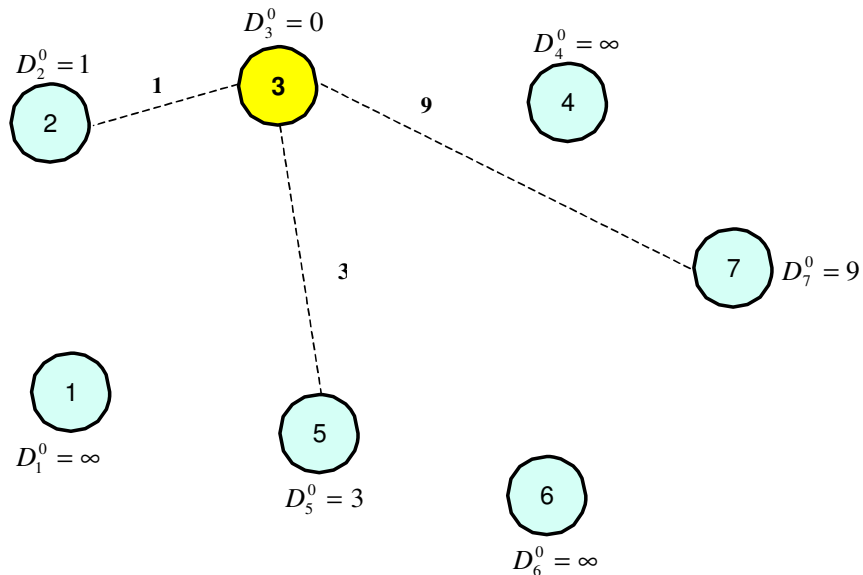
### **Esercizio 1** (Appello del 27/09/2002)

Sia dato il grafo  $G=(N, A)$  pesato e non orientato riportato in figura. Applicando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare il percorso a costo minimo da ogni nodo di  $N$  al nodo 3 (destinatario). Indicare con rigore i vari passi dell'algoritmo, utilizzando, se possibile, le notazioni usate a lezione.



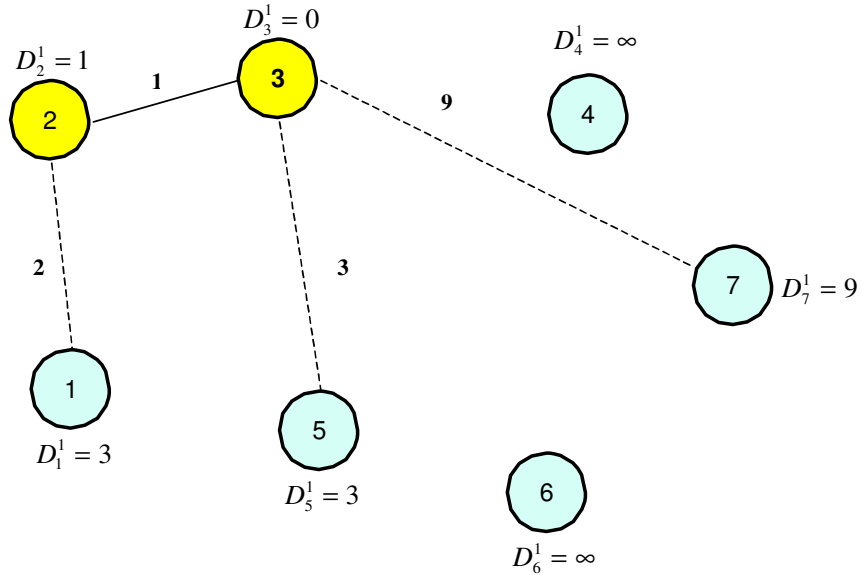
### **Soluzione**

**PASSO 0:** valuto i nodi 2 – 5 – 7 collegati con il nodo 3



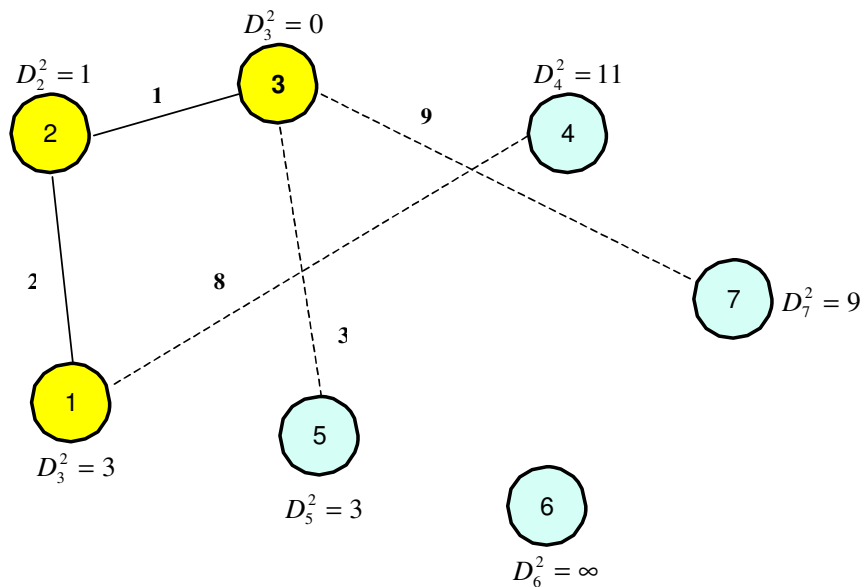
**S = {3}**

**PASSO 1:** Scelgo il nodo 2, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 1 ad esso collegato



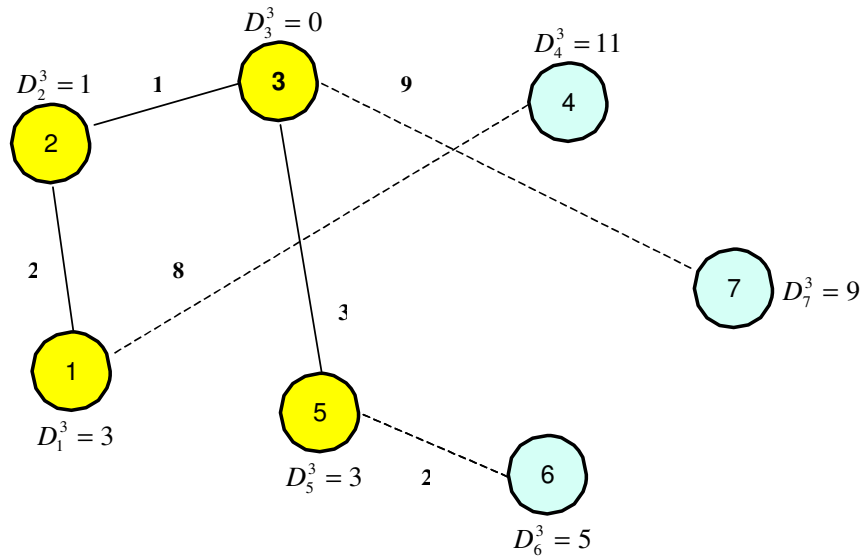
**S = {3, 2}**

**PASSO 2:** Scelgo il nodo 1, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 4 - 5 ad esso collegati



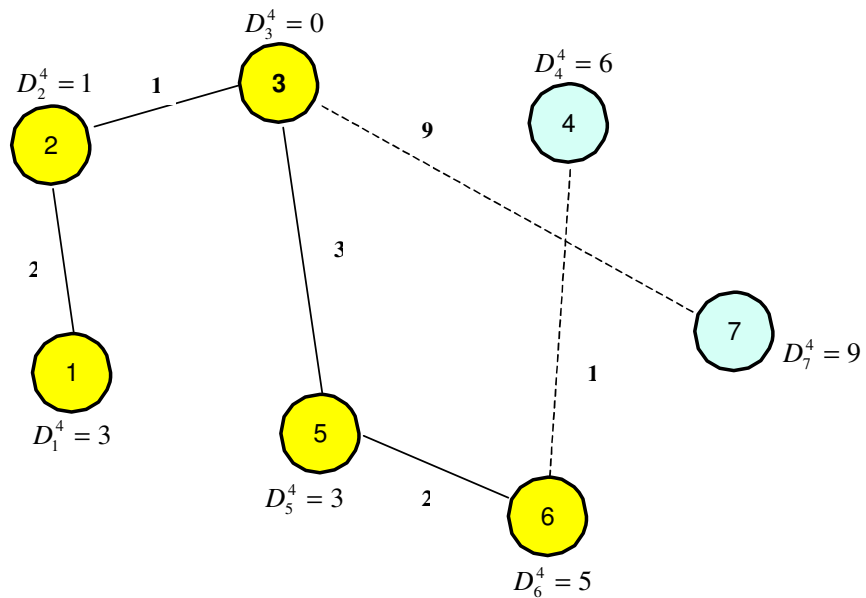
**S = {3, 2, 1}**

**PASSO 3:** Scelgo il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 6 ad esso collegato



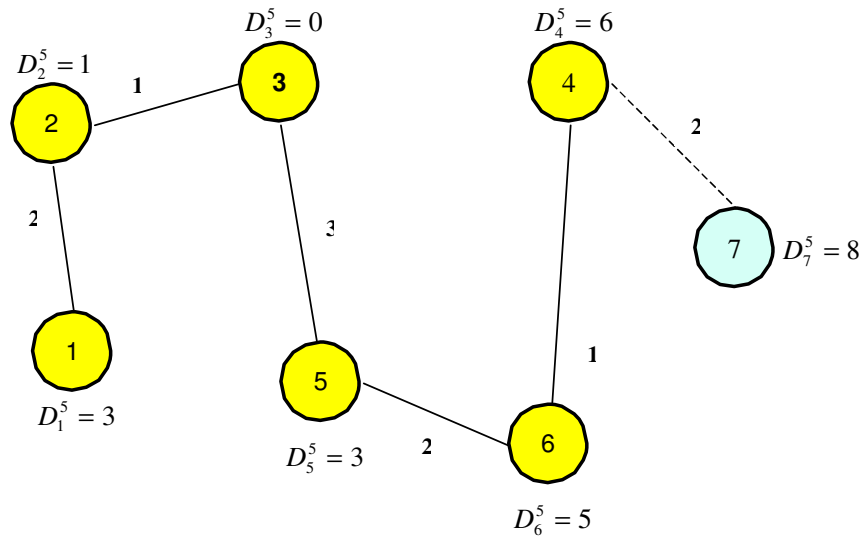
**S = {3, 2, 1, 5}**

**PASSO 4:** Scelgo il nodo 6, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 4 - 7 ad esso collegati



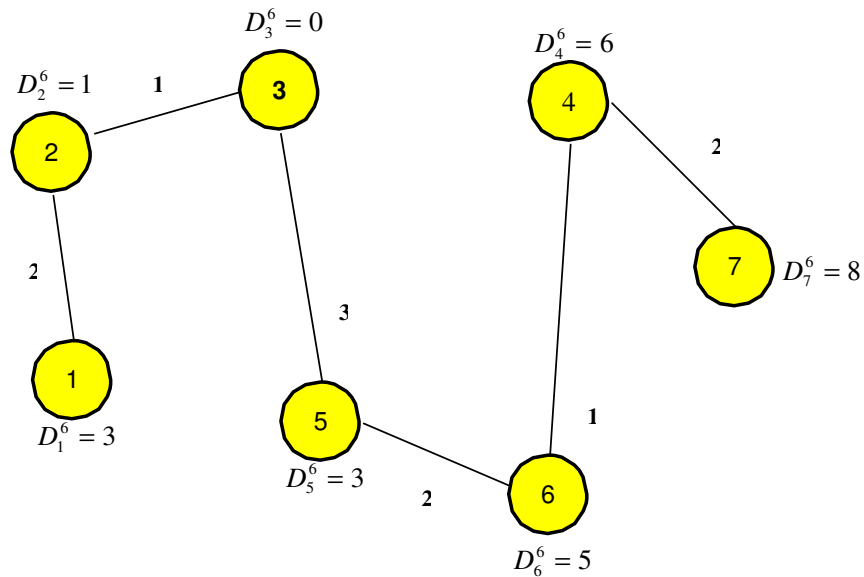
**S = {3, 2, 1, 5, 6}**

**PASSO 5:** Scelgo il nodo 4, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 7 ad esso collegato



**S = {3, 2, 1, 5, 6, 4}**

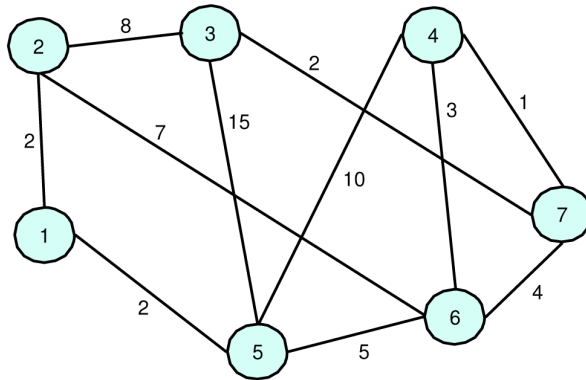
**PASSO 6:** Scelgo il nodo 7, lo aggiungo all'insieme S terminando il grafo



**S = {3, 2, 1, 5, 6, 4, 7}**

## **Esercizio 2** (1° Itinere del 24/11/2003)

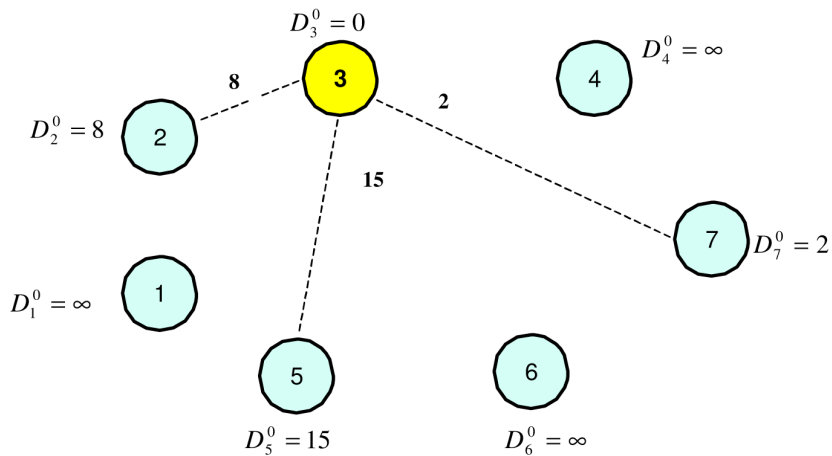
Sia dato il grafo  $G=(N,A)$  pesato e non orientato riportato nella pagina seguente. Utilizzando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare i percorsi minimi da qualunque nodo del grafo al nodo 3 (destinatario). Indicare con precisione ogni passo iterativo dell'algoritmo.



-----

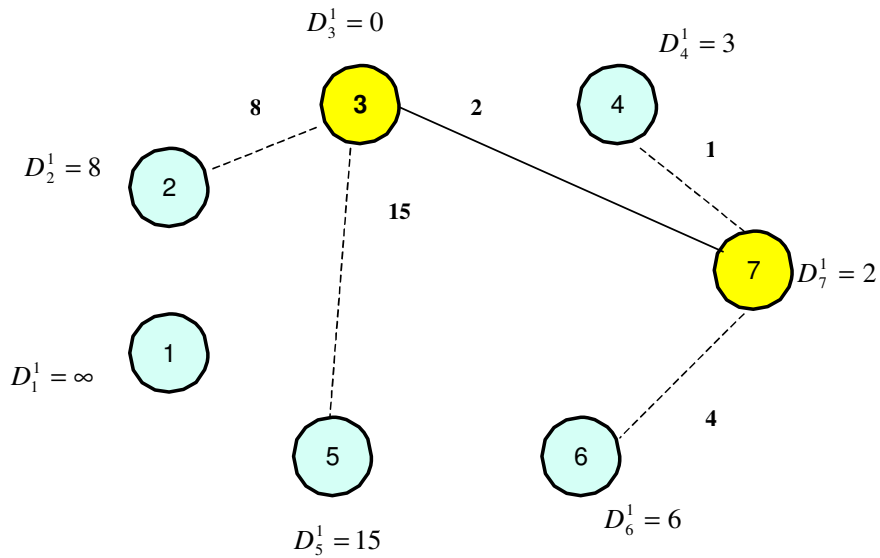
## **Soluzione**

Passo 0: valuto i nodi 2 – 5 – 7 collegati con il nodo 3:



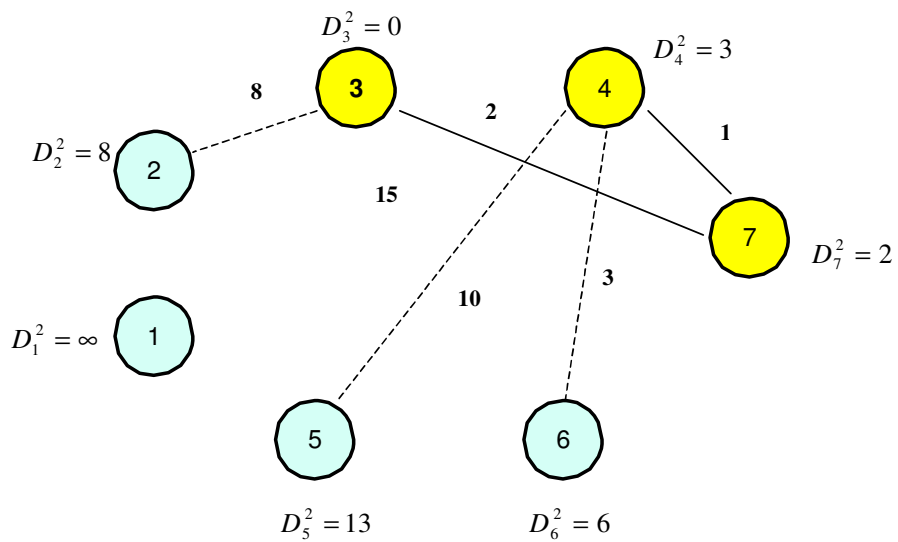
**S = {3}**

**PASSO 1:** scelgo il nodo 7, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 4 – 6 ad esso collegati



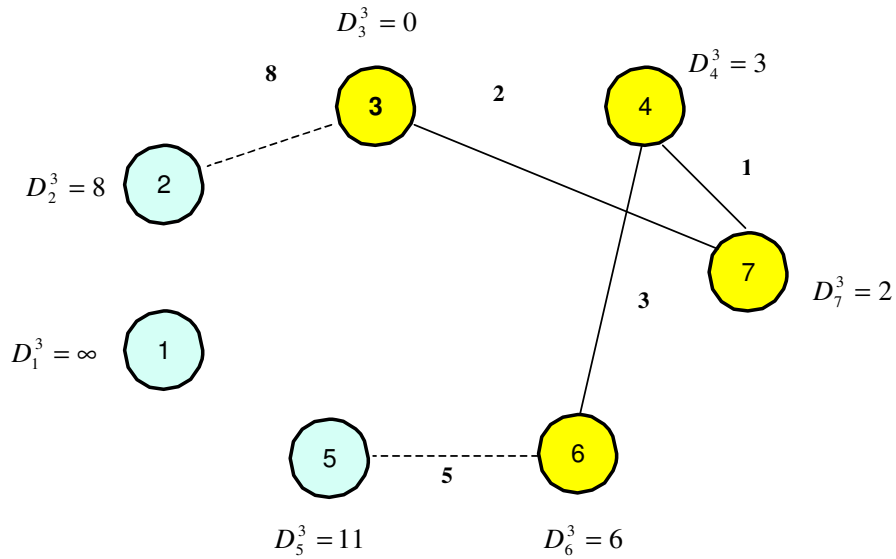
**S = {3, 7}**

**PASSO 2:** aggiungo il nodo 4 all'insieme S e valuto i nodi 6 – 5 ad esso collegati.



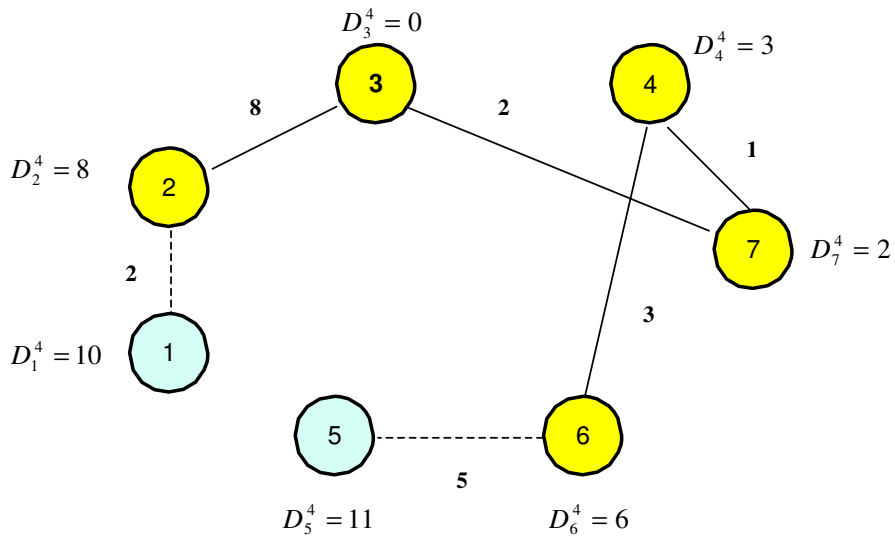
**S = {3, 7, 4}**

**PASSO 3:** aggiungo il nodo 6 all'insieme S e valuto i nodi 5 – 2 a lui collegati.



**S = {3, 7, 4, 6}**

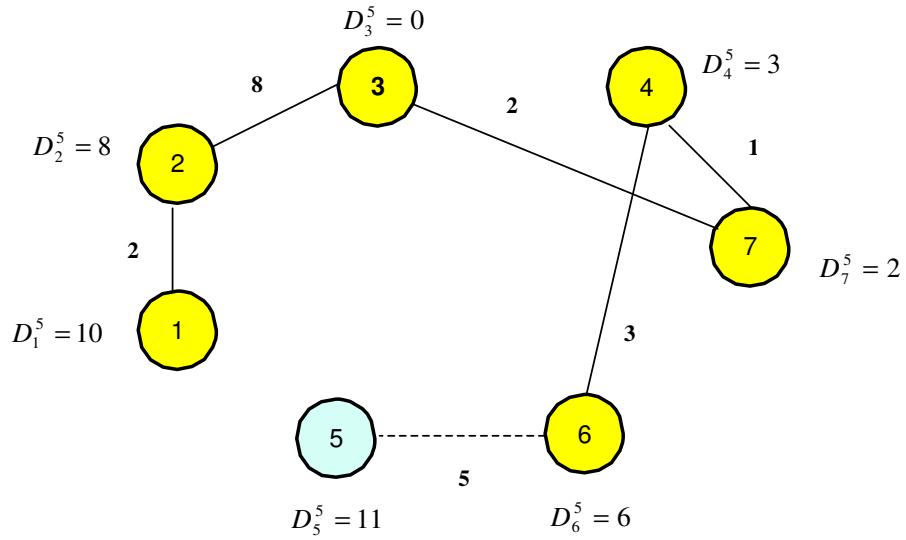
**PASSO 4:** aggiungo il nodo 2 all'insieme S e valuto il nodo 1 a lui collegato



**S = {3, 7, 4, 6, 2}**

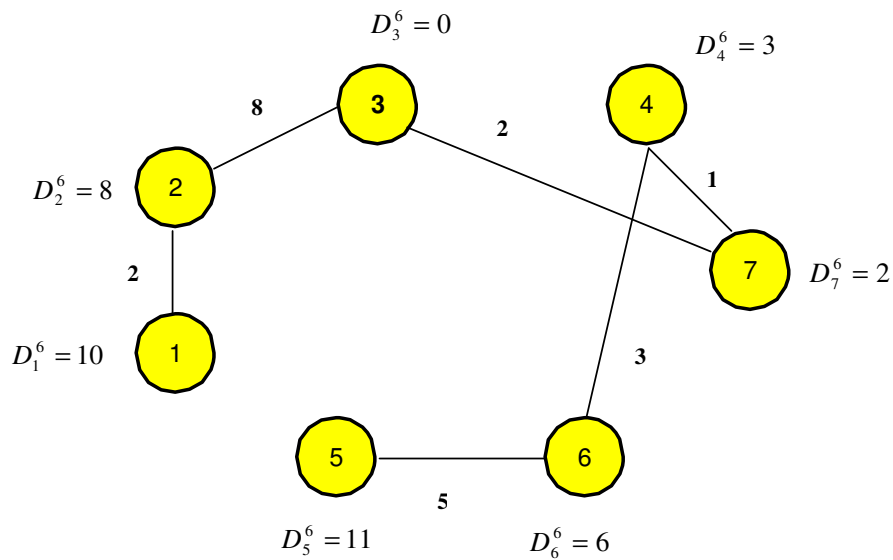


**PASSO 5:** aggiungo il nodo 2 all'insieme S e valuto il nodo 1.



**S = {3, 7, 4, 6, 2, 1}**

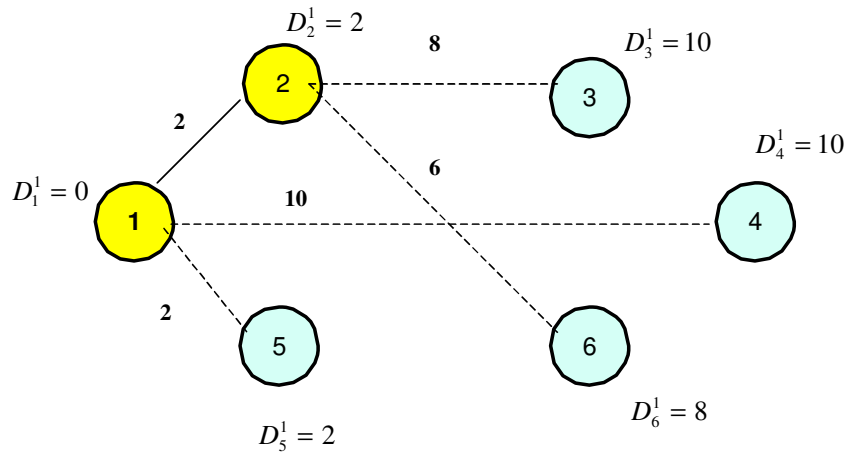
**PASSO 6:** aggiungo il nodo 5 all'insieme S e ho finito di collegare tutti i nodi.



**S = {3, 7, 4, 6, 2, 1, 5}**

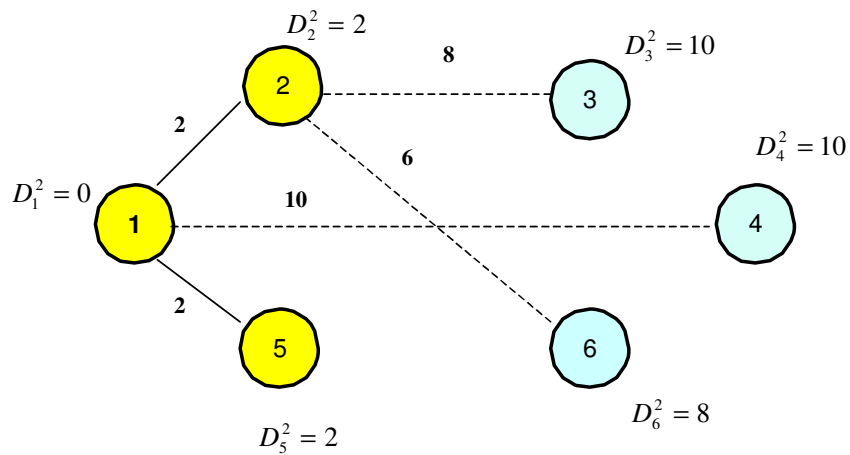


**PASSO 1:** Potrei scegliere sia il nodo 2 che il nodo 5. Scelgo il nodo 2, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 3 - 6 ad esso collegati



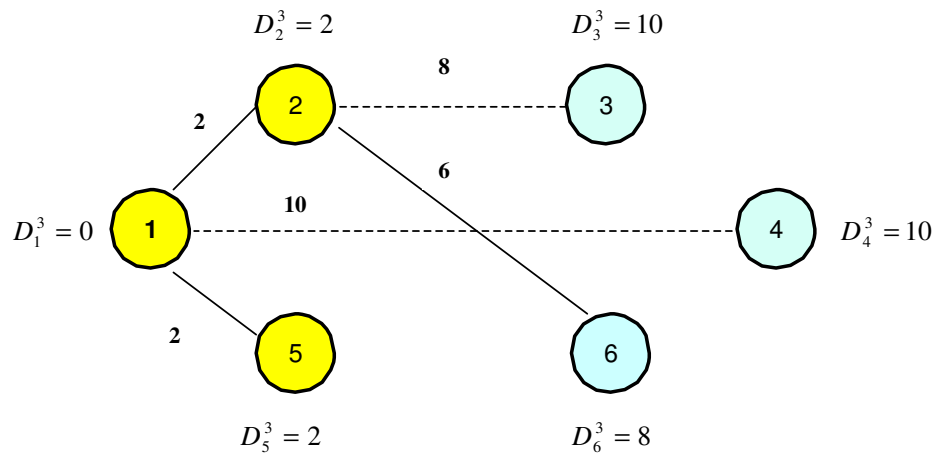
**S = {1,2}**

**PASSO 2:** Scelgo il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S.



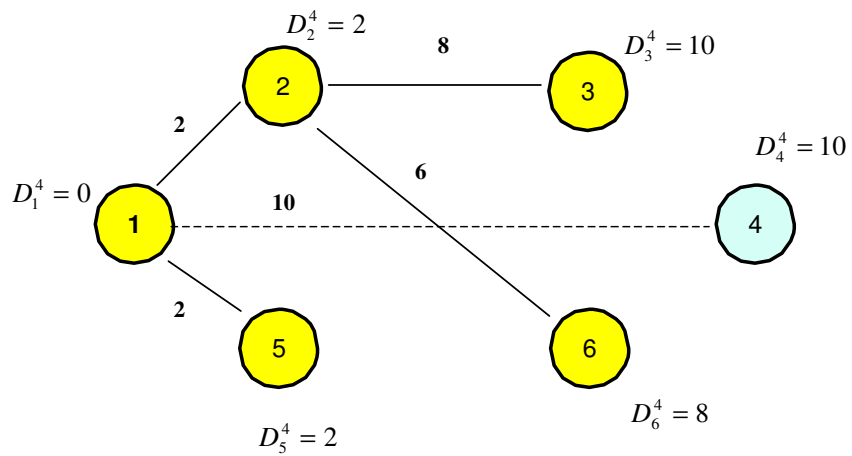
**S = {1,2,5}**

**PASSO 3:** Scelgo il nodo 6, lo aggiungo all'insieme S. Valuto quindi i nodi collegati al nodo 5.



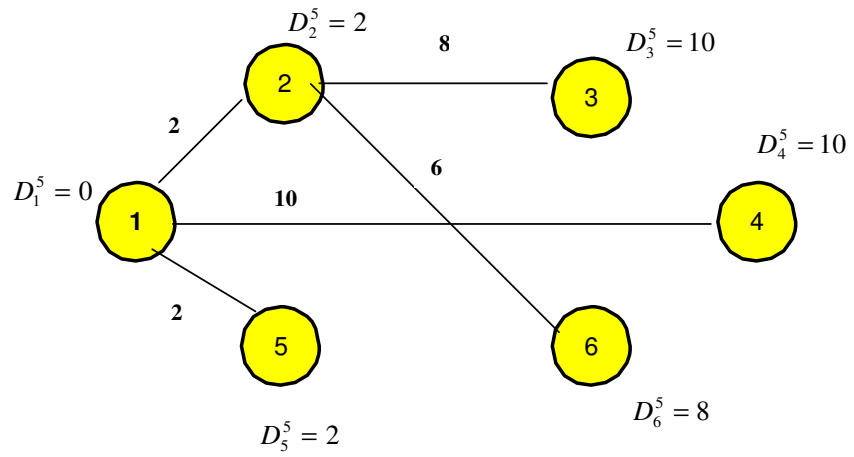
**S = {1,2,5,6}**

**PASSO 4:** Scelgo il nodo 3, lo aggiungo all'insieme S.



**S = {1,2,5,6,3}**

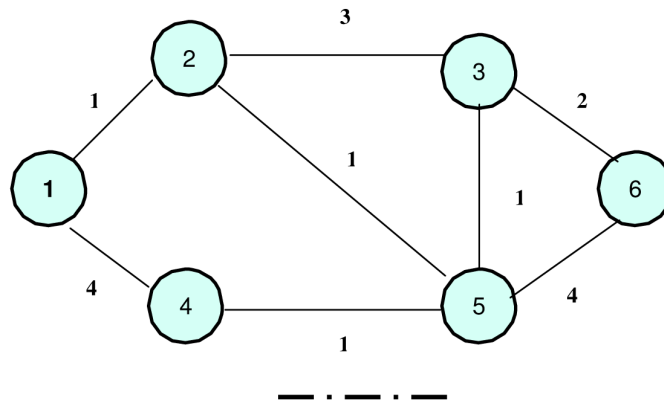
**PASSO 5:** Scelgo il nodo 4, lo aggiungo all'insieme S.



**S = {1,2,5,6,3,4}**

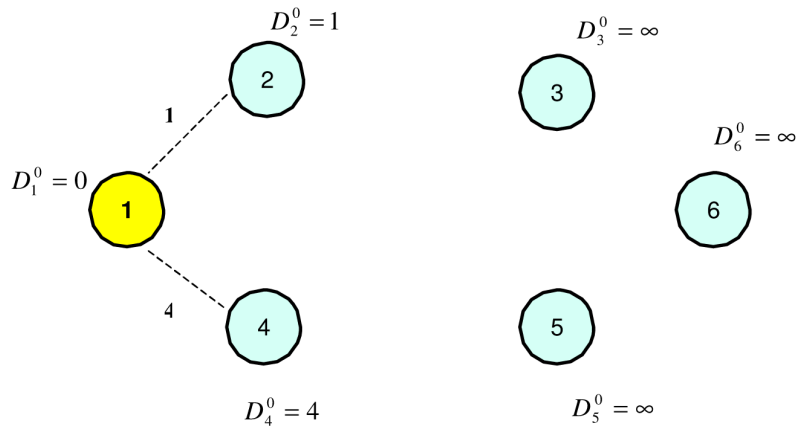
### **Esercizio 4** (1° Itinere del 30/04/2002)

Sia dato il grafo pesato e non orientato riportato in figura. Utilizzando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare i percorsi minimi da qualunque nodo del grafo al nodo 1 (destinatario).



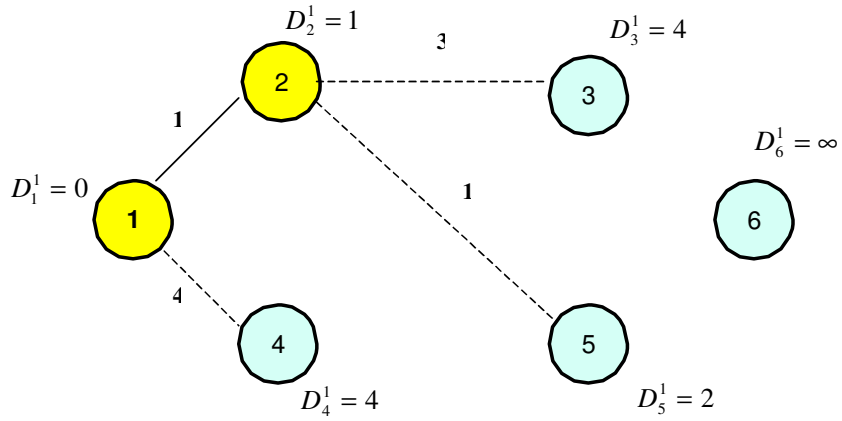
### **Soluzione**

**PASSO 0:** valuto i nodi 2 – 4 collegati con il nodo 1



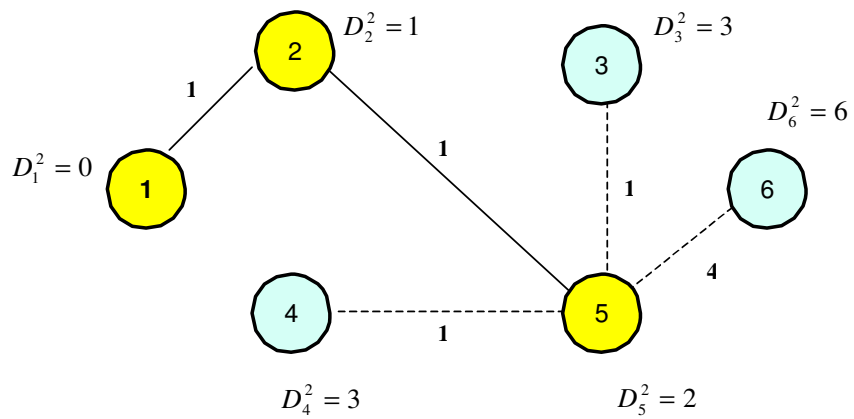
**S**={1}

**PASSO 1:** Scelgo il nodo 2, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 3 - 5 ad esso collegati e il nodo 4



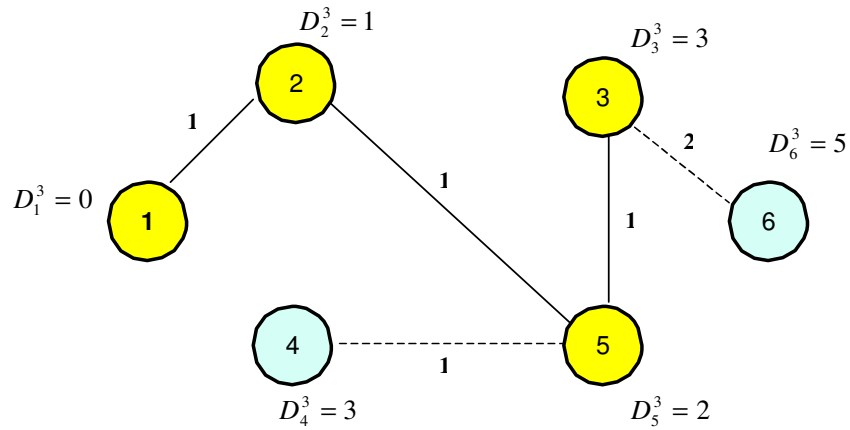
$S = \{1, 2\}$

**PASSO 2:** Scelgo il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 3 - 4 ad esso collegati



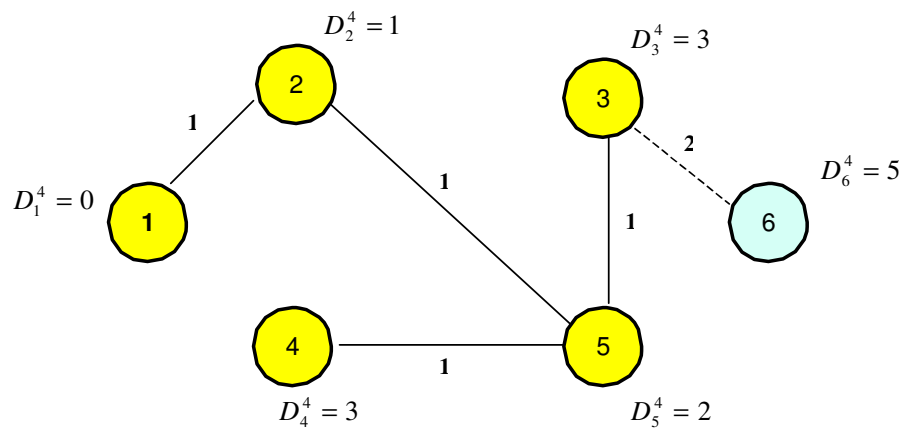
$S = \{1, 2, 5\}$

**PASSO 3:** Scelgo il nodo 3, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 4 e il nodo 6 ad esso collegato



$S=\{1,2,3,5\}$

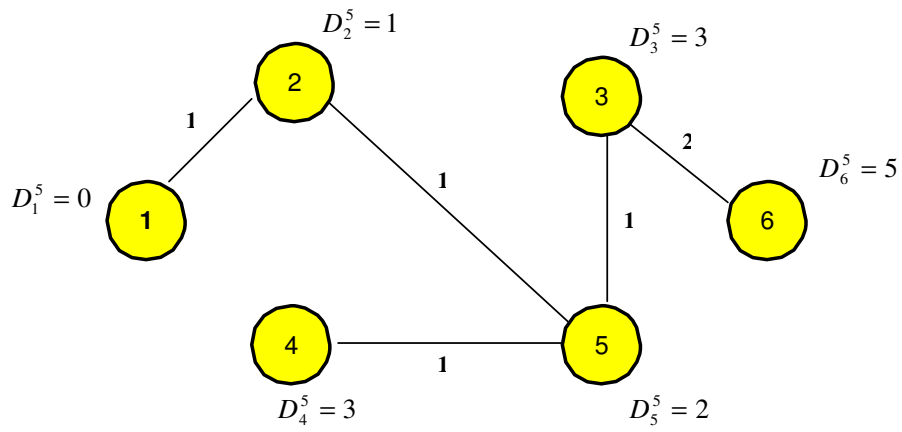
**PASSO 4:** Scelgo il nodo 4, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 6



$S=\{1,2,3,4,5\}$



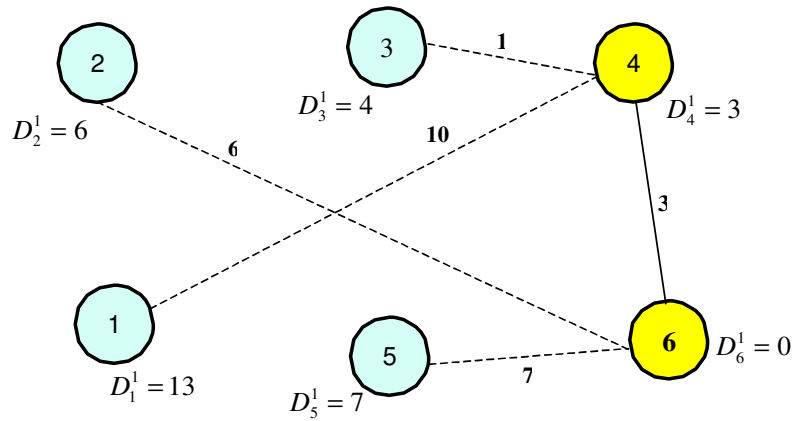
**PASSO 5:** Scelgo il nodo 6 e lo aggiungo all'insieme S; tutti i nodi sono stati permanentemente etichettati: l'algoritmo è terminato.



**S**={1,2,3,4,5,6}

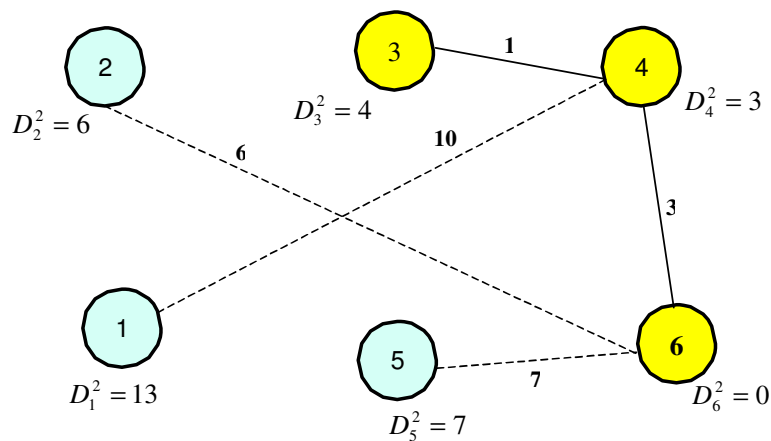


**Passo 1:** scelgo il nodo 4 poiché il più vicino, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 1 – 3 ad esso collegati



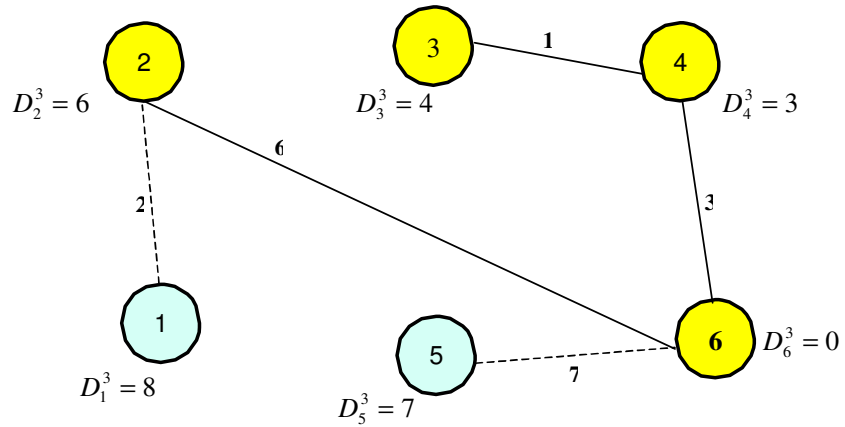
**S={6, 4}**

**Passo 2:** scelgo il nodo 3, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi ad esso collegati: tutti i nodi hanno minor distanza da 6 se non si passa attraverso il nodo 3



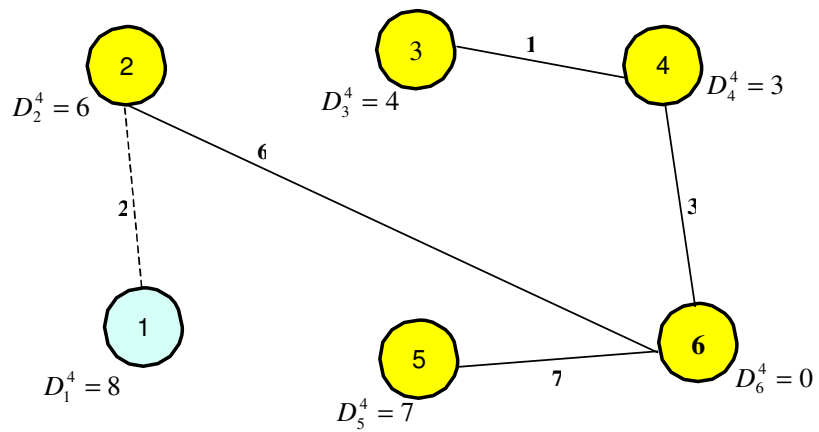
**S={6, 4, 3}**

**Passo 3:** scelgo il nodo 6 perché il più vicino al nodo di destinazione, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 1 ad esso collegato



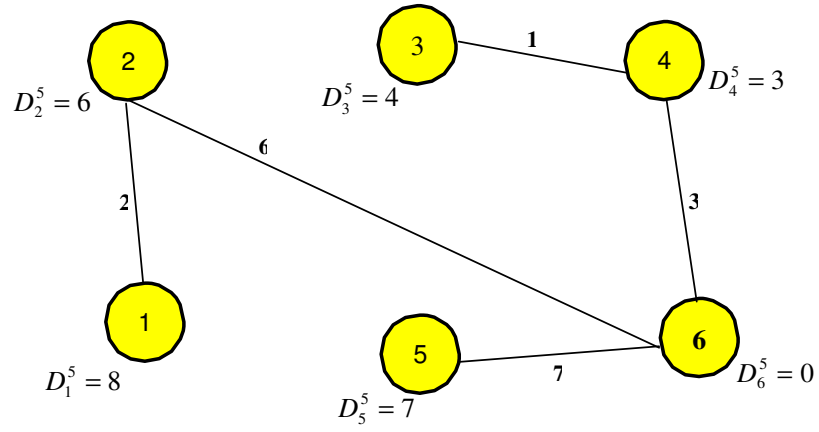
**S={6, 4, 3, 2}**

**Passo 4:** collego il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S



**S={6, 4, 3, 2, 5}**

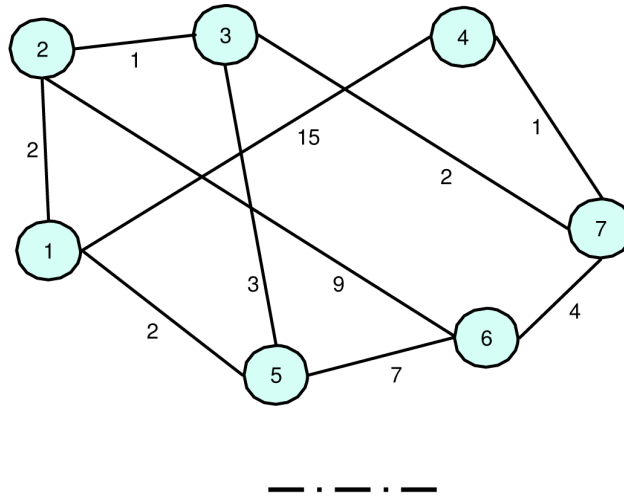
**Passo 5** (passo finale): collego il nodo 1 e lo aggiungo all'insieme S



**S={6, 4, 3, 2, 5, 1}**

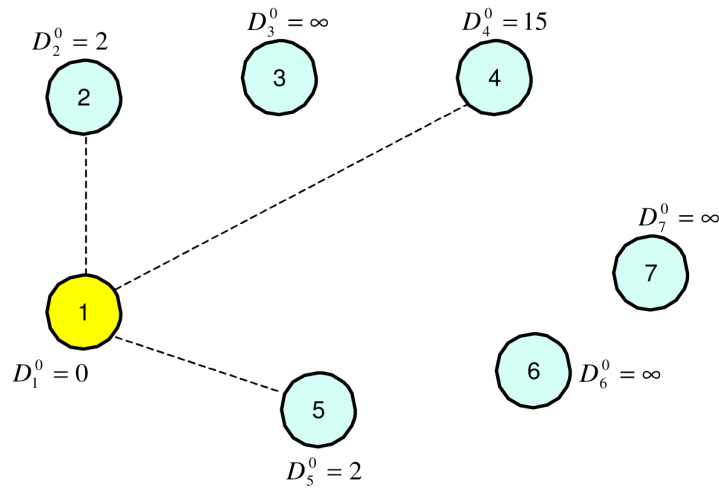
### **Esercizio 6** (Appello del 25/02/2003)

Sia dato il grafo  $G=(N, A)$  pesato e non orientato riportato in figura. Applicando l'algoritmo di Dijkstra, calcolare il percorso a costo minimo da ogni nodo di  $N$  al nodo 1 (destinatario). Indicare con rigore i vari passi dell'algoritmo, utilizzando, se possibile, le notazioni usate a lezione.



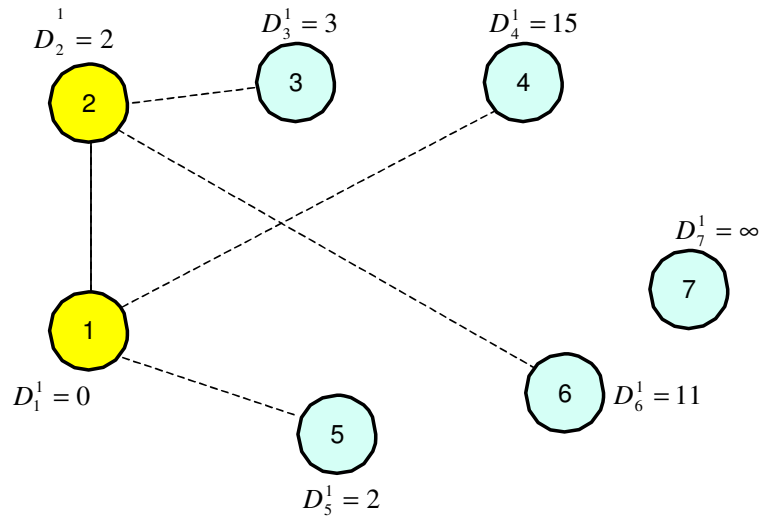
### **Soluzione**

PASSO 0: valuto i nodi 2, 5 e 4 collegati al nodo 1, inserisco come primo elemento nell'insieme S il nodo destinatario che ha distanza uguale a 0.



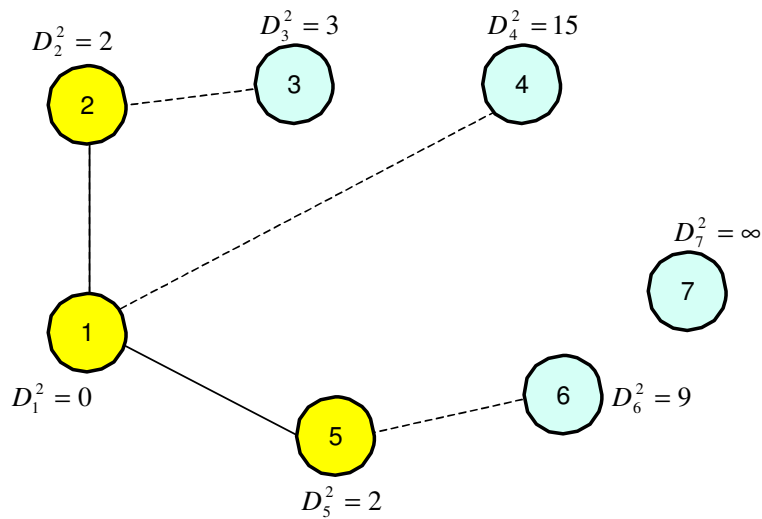
$S = \{1\}$

PASSO 1: scelgo il nodo 2, lo aggiungo all'insieme S e valuto i nodi 3 e 6 ad esso collegati



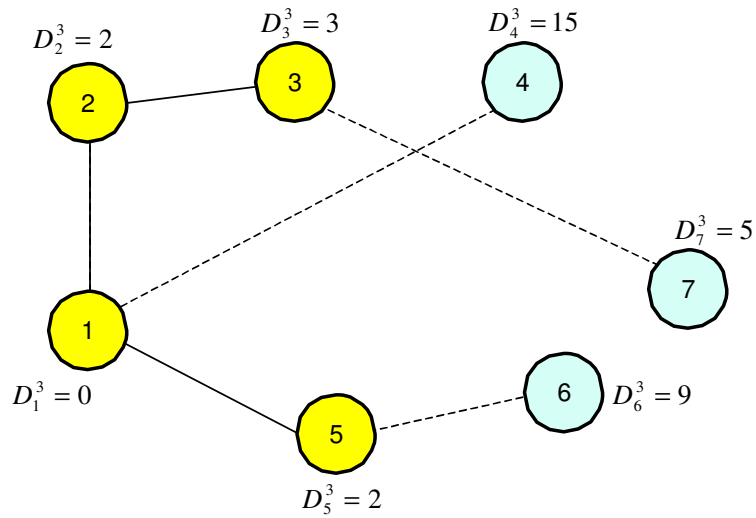
**S = {1,2}**

PASSO 2: scelgo il nodo 5, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 6 ad esso collegato, non considero il collegamento 5-3 perché risulterebbe più costoso di  $D_3^1 = 3$



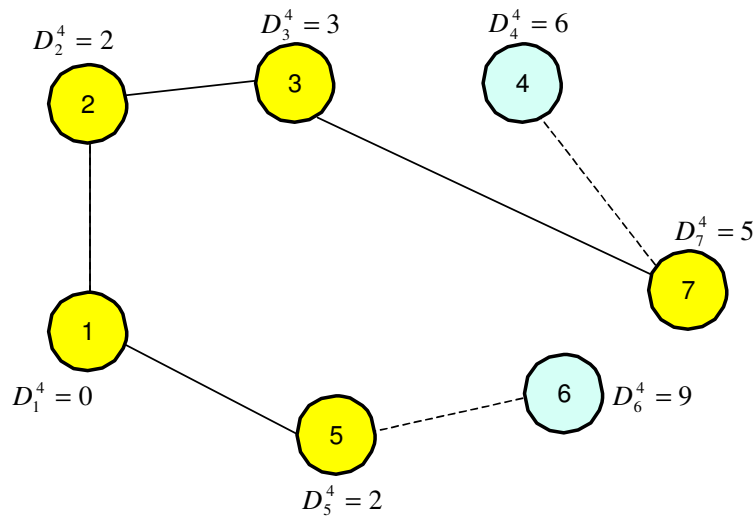
**S = {1,2,5}**

PASSO 3: scelgo il nodo 3, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 7 ad esso collegato



**S = {1,2,5,3}**

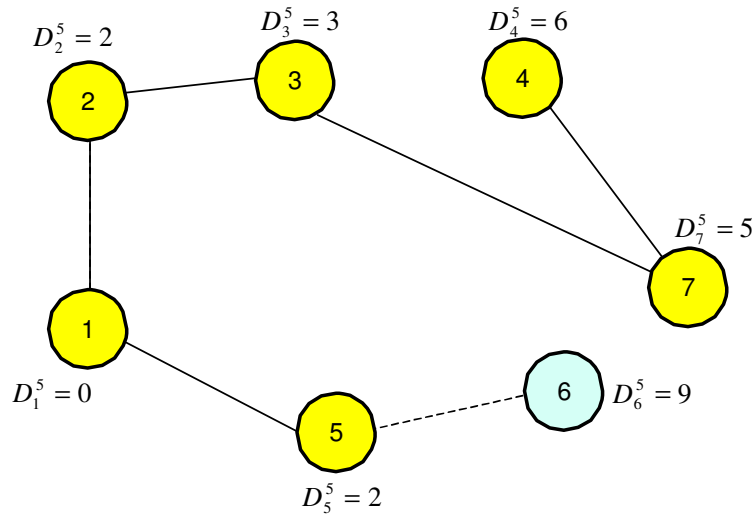
PASSO 4: scelgo il nodo 7, lo aggiungo all'insieme S e valuto il nodo 4 ad esso collegato, non considero il collegamento 7-6 perché risulterebbe ugualmente costoso a  $D_6^3 = 9$



**S = {1,2,5,3,7}**

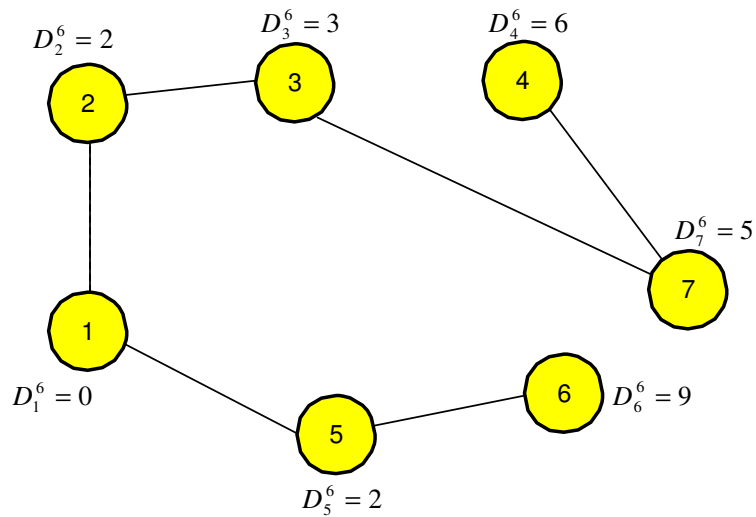


PASSO 5: scelgo il nodo 4, lo aggiungo all'insieme S, non vi sono nodi ad esso collegati da considerare.



**S = {1,2,5,3,7,4}**

PASSO 5: scelgo il nodo 6, lo aggiungo all'insieme S, non vi sono altri nodi da considerare, abbiamo ottenuto il percorso a costo minimo.



**S = {1,2,5,3,7,4,6}**